

Wiskunde Anibrand

Notaboek Graad 11



Annie Bothma

Table of Contents

Titelblad	2
Kopieregbladsy	3
Jaar beplanner	4
VRAESTEL 1	
Hoofstuk 1: Eksponente en wortels	5
1. Wortels	5
2. Magte met breuk eksponente	9
3. Uitdrukkings	13
4. Vergelykings	16
5. Gemeng	21
Hoofstuk 2: Faktorisering, breuke, maks/min waarde	23
1. Hersiening faktorisering	23
2. Hersiening breuke	27
3. Maks/min waarde van uitdrukkings	31
Hoofstuk 3: Finansies	36
1. Hersiening	36
2. Nominale/effektiewe rente	42
3. Tydlyne	46
4. Waardevermindering	53
5. Gemeng	59
Hoofstuk 4: Getalpatrone	62
1. Rekenkundig/Linier	62
2. Kwadratiese	66
3. Meetkundig/eksponensieel	71
4. Gemeng	75
Hoofstuk 5: Grafieke	78
1. Reguitlyn	78
2.1 Skets van parabool	84
2.2 Bepaal vergelyking van 'n parabool	94
2.3 Toepassings in parabole	99
3. Hiperbool	110

4. Eksponensieel	119
5. Gemeng	127
Hoofstuk 6: Ongelykhede	134
1. Linier en kwadratiese	134
Hoofstuk 7: Vergelykings	140
1. Vergelykings met breuke en wortels	140
2. Oplos met vierkantsvoltooiing	144
3. Oplos met formule	148
4. Aard van wortels	152
5. k-metode	159
6. Gelyktydiege vergelykings	163
7. Gemeng	166
8. Woordprobleme	168
Hoofstuk 8: Waarskynlikheid	176
1. Hersiening	176
2. Onafhanklike gebeure	186
3. Gemeng	194
VRAESTEL 2	198
Hoofstuk 9: Analitiese Meetkunde	198
1. Hersiening	198
2. Inklinasie	200
3. Gemeng	207
Hoofstuk 10: Meetkunde	221
1. Lyn van middelpunt van sirkel na middelpunt van koord	221
2. Omtreks- en middelpuntshoeke	234
3. Gemeng 1 en 2	247
4. Koordevierhoeke gegee	256
5. Koordevierhoeke bewys	266
6. Raaklyne gegee	276
7. Raaklyne bewys	287
8. Gemeng	296
Hoofstuk 11: Oplos van driehoeke	314

1. Hersiening	314
2. Oppervlakte reel	318
3. Sinus reel	323
4. Cosinus reel	330
5. Gemeng met getalwaardes	336
6. Gemeng met veranderlikes	350
Hoofstuk 12: Statistiek	365
1. Hersiening	365
2. Houer-en-punt diagram	374
3. Ogief	381
4. Standaardafwyking	387
5. Spreidinggrafieke	393
6. Gemeng	399
Hoofstuk 13: Trigonometrie	404
1. Diagramme	404
2. Herleidingsformules	409
3. Co-funksie formules	414
4. Spesiale hoeke	419
5. Negatiewe- en groter as 360-hoeke	423
6. Identiteite	427
7. Basiese trig vergelykings	432
8. Meer komplekse trig vergelykings	439
9. Ongeldighe	444
10. Gemeng	448
Hoofstuk 14: Trig grafieke	451
1. Skets trig grafieke	451
2. Bepaal vergelykings van trig grafieke	461
3. Toepassings in trig grafieke	466
Hoofstuk 15: Volume en Buite-Oppervlakte	471
1. Hersiening	471

Wiskunde Anibrand

Notaboek Graad 11

Annie Bothma

Copyright © 2015 Annie Bothma

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage or retrieval system without permission from the copyright holder.

The Author has made every effort to trace and acknowledge sources/resources/individuals. In the event that any images/information have been incorrectly attributed or credited, the Author will be pleased to rectify these omissions at the earliest opportunity.

Graad 11 Notaboek opgestel deur A Bothma

ISBN: 978-1-928349-08-2



Jaarbeplanner Wiskunde 2020

Graad 11

Kwartaal	Onderwerp	Tyds-duur (weke)	Hoofstuk Tema	Voorgestelde Toetse en Take	Gewig %
K1	Eksponente en wortels	1,5	1	Basislyntoets 22 Jan	10
K1	Hersiening van faktorisering en breuke en maksima/minima	1	2		
K1	Vergelykings en aard van wortels	2	7	Toets 1 4 Mrt	
K1	Ongelykhede	1	6	Projek 9 Mrt	
K1	Getal patrone	1	4		
K1	Analitiese Meetkunde	1	9		
K1	Euklidiese Meetkunde	2	10.1 tot 10.3		20
K2	Euklidiese Meetkunde (vervolg)	1	10.4 tot 10.8	Toets 2 17 Apr	10
K2	Funksies	3	5		
K2	Trigonometrie: Reduksieformule, identiteite en vergelykings	3	13	Toets 3 7 Mei	10
K2	Eksamen	3		Junie Eksamen	30
K3	Trigonometriese grafieke	1	14	Toets 4 5 Aug	10
K3	Trigonometrie – Oplos van driehoeke	2	11		
K3	Finansies	2	3	Toets 5 2 Sep	10
K3	Statistiek	2	12		
K3	Waarskynlikheid	2	8		
K4	Volume en Buite-oppervlakte	1	15		
K4	Hersiening	3			
K4	Eindeksamen	3		Nov	300
Totaal		39			

Hoofstuk 1

Eksponente en Wortels

1. Wortels

1.1 Wette:

1.1.1 $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow \sqrt[n]{ab}$ bv $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{6}$

1.1.2 $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \Leftrightarrow \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ bv $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{\frac{2}{7}}$

1.1.3 $(\sqrt[n]{a})^m \Leftrightarrow \sqrt[n]{a^m} \Leftrightarrow a^{\frac{m}{n}}$ bv $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$

1.1.4 $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} \Leftrightarrow \sqrt[mn]{a}$ bv $\sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[6]{2^3} = 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}}$

1.2 Bewerkings met wortels:

Voorbeelde:

1.2.1 $1\sqrt{2} + 1\sqrt{2} = 2\sqrt{2};$

1.2.2 $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -2\sqrt{3};$

1.2.3 $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 = 3$

1.2.4 $2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 6 \cdot (\sqrt{2})^2 = 6 \cdot 2 = 12;$

1.2.5 $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$ werk selfde as $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $= 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$

1.3 Vereenvoudiging van wortels:

Voorbeelde:

Om 'n $\sqrt{\quad}$ te vereenvoudig, probeer eers om dit as die produk van 'n vierkantsgetal en 'n priemgetal te skryf. Indien nie moontlik, skryf dit dan as die produk van die grootste moontlike vierkantsgetal en 'n ander getal.

1.3.1 $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

1.3.2 $\sqrt{50a^3b^5} = \sqrt{25 \times 2 \times a^2 \times a \times b^4 \times b} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} \times \sqrt{a^2} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b^4} \times \sqrt{b}$
 $= 5 \times \sqrt{2} \times a \times \sqrt{a} \times b^2 \times \sqrt{b} = 5ab^2\sqrt{2ab}$

1.3.3 $\sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = \sqrt{4} \sqrt{6} = 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2} \sqrt{3}$

Om 'n $\sqrt[3]{\quad}$ te vereenvoudig, probeer eers om dit as die produk van 'n kubiese getal en 'n priemgetal te skryf.

1.3.4 $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \times 2} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$

$$\begin{aligned}
1.3.5 & (\sqrt{12} - \sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) \\
& = (\sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) \\
& = (2\sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) \\
& = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\
& = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 \\
& = 3 - 2 = 1
\end{aligned}$$

$$1.3.6 \quad \frac{\sqrt{75} - \sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{25 \times 3} - \sqrt{3}}{\sqrt{9 \times 3}} = \frac{\sqrt{25} \times \sqrt{3} - \sqrt{3}}{\sqrt{9} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3} - \sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{3}$$

Doen nou Huiswerk 1 probleme nr 1 tot 13

1.4 Rangskik in stygende/dalende orde

Voorbeeld:

Rangskik die volgende in dalende orde: $\sqrt{2}$; $\sqrt[4]{5}$; $\sqrt[3]{3}$

$\sqrt{2}$	$\sqrt[4]{5}$	$\sqrt[3]{3}$	
$2^{\frac{1}{2}}$	$5^{\frac{1}{4}}$	$3^{\frac{1}{3}}$	verander eers na magsvorm
$2^{\frac{6}{12}}$	$5^{\frac{3}{12}}$	$3^{\frac{4}{12}}$	maak noemers van eksponente dieselfde
$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{5^3}$	$\sqrt[12]{3^4}$	skryf weer terug na wortelvorm
$\sqrt[12]{64}$	$\sqrt[12]{125}$	$\sqrt[12]{81}$	vereenvoudig mag onder die wortel

$\therefore \sqrt[4]{5}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt{2}$ rangskik oorspronklike getalle van groot na klein.

Doen nou Huiswerk 1 probleem nr 14

1.5 Rasionalisering van noemers:

Ons hou in wiskunde nie van 'n irrasionale getal (gewoonlik 'n wortel) in die noemer van 'n breuk nie. Ons wil eerder altyd 'n rasionale noemer hê. Indien die noemer van die breuk in die finale antwoord irrasionaal is, rasionaliseer ons dit - maak dit rasionaal.

Voorbeelde:

Rasionaliseer die volgende breuke se noemers:

$$1.4.1 \quad \frac{4}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$1.4.2 \quad \frac{4}{1-\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4}{1-\sqrt{2}} \times \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{4+4\sqrt{2}}{1-2}$$

$$= \frac{4+4\sqrt{2}}{-1}$$

$$= -4 - 4\sqrt{2}$$

Doen nou Huiswerk 1 probleme nr 15 tot 20

Huiswerk 1: Wortels

Vereenvoudig:

1. $(2\sqrt{3} + 3)(2\sqrt{3} - 2)$

2. $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{98}}{\sqrt{8}} - \sqrt{2\frac{1}{2} + \frac{9}{16}}$

3. $\sqrt{108} - \sqrt{625} + \sqrt{432}$

4. $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

5. $\frac{\sqrt{48}-\sqrt{32}}{\sqrt{12}-\sqrt{8}}$

6. $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$

7. $\sqrt{3}(\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - 2\sqrt{108})$

8. $\frac{(\sqrt{2}+2)^2}{2} - \sqrt{8}$

9. $(1 + \sqrt{3} - \sqrt{27})(1 + 2\sqrt{3})$

10. $\sqrt[3]{64x^{600}} + \sqrt[3]{-512}$

11. $\sqrt[3]{a^{3y}} + \sqrt{a^{2y}}$

12. $(\sqrt{(\sqrt{13} - \sqrt{5})} \cdot \sqrt{(\sqrt{13} + \sqrt{5})})^{-2}$

13. $\frac{\sqrt{8a^3} - \sqrt{3a^2b}}{\sqrt{12b^3} - \sqrt{32ab^2}}$

14. Watter een is die grootste: $\sqrt[3]{4}$ of $\sqrt[3]{5}$?

15. Vind die waarde van a as: $\frac{a}{\sqrt{2}} + 4 = \frac{17\sqrt{2}}{5-\sqrt{8}}$

16. As $a = \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ en $b = \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$, bepaal die waarde van ab

17. Indien die lengte van 'n reghoek is $\sqrt{5} + 1$ en die breedte is $\sqrt{5} - 1$, bepaal die lengte van sy diagonaal in eenvoudigste wortelvorm.

18. Vereenvoudig, indien nodig en rasionaliseer die antwoord se noemer:

18.1 $\frac{5}{2\sqrt{5}}$

18.2 $\frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$

18.3 $\frac{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{\sqrt{12}}$

18.4 $\frac{3}{9-\sqrt{18}}$

18.5 $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$

18.6 $\frac{1-\sqrt{8}}{(5+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$

18.7 $\frac{2}{(2-\sqrt{3})^2}$

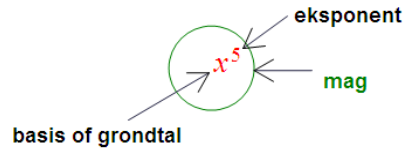
19. Vereenvoudig: $\frac{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$

20. Toon aan dat $\frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{y}{\sqrt{x}}$ geskryf kan word as $\frac{\sqrt{x}(y+1)}{x}$

Hoofstuk 1

Eksponente en Wortels

2. Magte met rasionale eksponente



2.1 Eksponent Wette:

2.1.1 $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ bv $x^3 \cdot x^2 = x^5$

2.1.2 $\frac{1}{x^{-m}} = x^m$ en $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ bv $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3$; $3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

2.1.3 $\frac{x^m}{x^n} = x^m \cdot x^{-n} = x^{m-n}$ bv $\frac{2^{n+3}}{2^{n-1}} = 2^{n+3} \cdot 2^{-n+1} = 2^4 = 16$

2.1.4 $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$ bv $(x^3)^4 = x^{12}$

2.1.5 $(x)^0 = 1$ bv $(x \cdot 3y^2)^0 = 1$ **BEHALWE:** 0^0 - ongedefinieerd

2.1.6 $\left(\frac{x \cdot y}{z}\right)^m = \frac{x^m \cdot y^m}{z^m}$ bv $\left(\frac{2^{3x} \cdot 3^2}{5^x}\right)^{x+1} = \frac{2^{3x(x+1)} \cdot 3^{2(x+1)}}{5^{x(x+1)}} = \frac{2^{3x^2+3x} \cdot 3^{2x+2}}{5^{x^2+x}}$

2.2 Indien basisse getalle is:

Indien basis 'n getal is maak dit altyd produk van priemgetalle. Sommige getalle het "shortcut" - leer dit uit die kop. Vir die ander begin jy met enige produk en skryf elke faktor oor tot priemgetalle. Of gebruik die "leertjie" metode. Wanneer die basis 'n groot getal is, kan jy seker maak jou priemfaktore is korrek deur die priemfaktore met jou sakrekenaar te bereken.

Metode:

- Sleutel die getal in en druk =
- Druk "shift" en dan "fact" (die knoppie met die „, op)

Voorbeelde:

2.2.1 $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $2^7 = 128$
 $3^2 = 9$; $3^3 = 27$; $3^4 = 81$; $3^5 = 243$;
 $5^2 = 25$; $5^3 = 125$; $5^4 = 625$; $7^2 = 49$; $7^3 = 343$

2.2.2 $2^{-2} = \frac{1}{4}$; $2^{-3} = \frac{1}{8}$; $3^{-4} = \frac{1}{81}$; $5^{-2} = \frac{1}{25}$; $5^{-3} = \frac{1}{125}$

2.2.3 $24 = 4 \times 6 = 2^2 \times 3 \times 2^1 = 2^3 \cdot 3$; $36 = 4 \times 9 = 2^2 \cdot 3^2$

2.3 Bewerkings met rationale eksponente:

Voorbeelde:

$$2.3.1 \quad 16^{\frac{1}{2}} \cdot (0,125)^{\frac{-2}{3}} = \left(2^{\frac{4}{1}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{-2}{3}} = \left(2^{\frac{4}{1}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2^3}\right)^{\frac{-2}{3}} = 2^2 \cdot \left(2^{\frac{-3}{1}}\right)^{\frac{-2}{3}} = 2^2 \cdot 2^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

$$2.3.2 \quad \frac{(xy)^{\frac{1}{3}} \cdot (x^{-2})^{\frac{1}{6}} \cdot (x^4y^2)^{\frac{1}{3}}}{(x^{-3})^{\frac{2}{9}}} = \frac{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{4}{3}}y^{\frac{2}{3}}}{x^{-\frac{6}{9}}} = \frac{x^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\frac{4}{3}}y^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}}{x^{-\frac{2}{3}}} = \frac{x^{\frac{4}{3}}y^1}{x^{-\frac{2}{3}}} = x^{\frac{4}{3}} \cdot y^1 \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}} \cdot y^1 = x^2y$$

$$2.3.3 \quad x^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{3}}\right) = x^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}}\right) + x^{\frac{1}{2}} \left(-3x^{\frac{1}{3}}\right) = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x - 3x^{\frac{5}{6}}$$

$$2.3.4 \quad \left(x^{\frac{1}{2}} - 3\right) \left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right) = x^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}}\right) - 9 = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} - 9 = x - 9$$

Doen nou Huiswerk 2 probleme nr 1 tot 20

Huiswerk 2: Magte met rationale eksponente

Vereenvoudig:

1. $4^{\frac{1}{2}}$

2. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$

3. $\left(\frac{81}{x^{-4}}\right)^{\frac{3}{4}}$

4. $(16y^{16})^{\frac{1}{4}}$

5. $4x^{\frac{1}{2}} \div (4x)^{-\frac{1}{2}}$

6. $(0,008)^{-\frac{2}{3}}$

7. $32^{\frac{3}{5}} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 \div \sqrt{\frac{81}{16}}$

8. $2(9+16)^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot \sqrt{\frac{1}{25}}$

9. $\left[\left(a^{-\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{4}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{4}} \right)^{-\frac{4}{3}} \right]^{-1}$

10. $\sqrt{a^{\frac{1}{2}}} \cdot (bc)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{c^3} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^3$

11. $4^{\frac{3}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} - (0,5)^{-2}$

12. $\frac{x^{8n-2} \cdot \left(xy^{\frac{1}{3}}\right)^{-6n} \cdot x^2}{\left(\frac{1}{xy}\right)^{3n} \cdot (y^{-1})^n}$

13. $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^{-3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

14. $\left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{2}{3}}\right)^2$

15. $x^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{2}} + x - 1\right)$

16. $\left(x^{\frac{1}{6}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{6}} - 1\right)$

17. $(a + 2a^{-1})(a^2 - 2 + 4a^{-2})$

18. $x^{\frac{3}{2}} \left(x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}\right)$

19. $\left(2x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^2$

20. $\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

Hoofstuk 1

Eksponente en Wortels

3. Uitdrukings

3.1 Uitdrukings wat slegs faktore het:

Voorbeeld:

$$\begin{aligned} \text{Vereenvoudig: } & \frac{6^{2n} \cdot 7^{2n}}{9^n \cdot 14^{2n-1}} \\ &= \frac{(2^1 \cdot 3^1)^{2n} \cdot 7^{2n}}{(3^2)^n \cdot (2^1 \cdot 7^1)^{2n-1}} && \text{Maak basisse priem} \\ &= \frac{2^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 7^{2n}}{3^{2n} \cdot 2^{2n-1} \cdot 7^{2n-1}} && \text{Verwyder hakies} \\ &= 2^{2n} \cdot 3^{2n} \cdot 7^{2n} \cdot 3^{-2n} \cdot 2^{-2n+1} \cdot 7^{-2n+1} && \text{Neem alle terme na teller} \\ &= 2^1 \cdot 3^0 \cdot 7^1 && \times \text{ magte met selfde basisse uit} \\ &= 14 && \text{Vereenvoudig - geen neg eksp} \end{aligned}$$

Doen nou Huiswerk 3 probleme nr 1 tot 5

3.2 Uitdrukings wat ook terme het:

Voorbeelde:

$$\begin{aligned} 3.2.1 \text{ Vereenvoudig: } & \frac{2^{x+2} \cdot 2^{x+3}}{2^{x+1} \cdot 2^{x+2}} \\ &= \frac{2^x \cdot 2^2 \cdot 2^x \cdot 2^3}{2^x \cdot 2^1 \cdot 2^x \cdot 2^2} && \text{Gee elke eksponent sy eie basis bv } 2^x \cdot 2^2 = 2^{x+2} \\ &= \frac{2^x \cdot (2^2 \cdot 2^3)}{2^x \cdot (2^1 \cdot 2^2)} && \text{Haal 'n mag as gem faktor uit} \\ &= 2 && \text{Kanselleer en vereenvoudig} \end{aligned}$$

Doen nou Huiswerk 3 probleme nr 6 tot 9

$$\begin{aligned} 3.2.2 \text{ Vereenvoudig: } & \frac{16-4^x}{2^x-4} \\ \frac{16-4^x}{2^x-4} & \text{ Jy moet ook magte kan faktoriseer wat verskil van vierkante en kwadratiese 3 terme is} \\ &= \frac{16-(2^2)^x}{2^x-4} && \text{Maak mag se basis priem} \\ &= \frac{16-2^{2x}}{(2^x-4)} && \text{Die teller is verskil van vierkante - faktoriseer} \\ &= \frac{(4-2^x)(4+2^x)}{-(4-2^x)} && \text{Kry tekens reg} \\ &= -(4+2^x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.2.3 \text{ Vereenvoudig: } & \frac{2 \cdot 5^{2b} - 3 \cdot 5^b - 35}{5^b - 5} \\ \frac{2 \cdot 5^{2b} - 3 \cdot 5^b - 35}{5^b - 5} & \text{ sien dis 'n kwadratiese 3 term soos } ax^2 + bx + c \text{ maar in die vorm } a \cdot 5^{2b} + b \cdot 5^b + c \\ &= \frac{(2 \cdot 5^b + 7)(5^b - 5)}{(5^b - 5)} && \text{faktoriseer} \\ &= 2 \cdot 5^b + 7 && \text{kanselleer} \end{aligned}$$

Doen nou Huiswerk 3 probleme nr 10 tot 20

Huiswerk 3: Uitdrukkingen

Vereenvoudig

$$1. \frac{49^{\frac{1}{2}x+2} \cdot 3^x}{21^{x+3}}$$

$$3. \frac{2^{-6y} \cdot 25^{-3}}{125^{y-2} \cdot 20^{-3y} \cdot 8}$$

$$5. \frac{(a+x)^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{a^2-x^2}}{(a-x)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$7. \frac{(3^n)^2 + 3^{2n-1}}{9^n}$$

$$9. \frac{2^{x+1} + 2 \cdot 3^{y-1}}{2^{2+x} + 4 \cdot 3^{y-1}}$$

$$11. \frac{x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}}$$

$$13. \frac{2^{2x}-1}{2^x-1}$$

$$15. \frac{2^{2x}-2^x}{2^x-1}$$

$$17. \frac{3^{2a} + 2 \cdot 3^{a+1} - 7}{3^a - 1}$$

$$19. \frac{p^{-4} \sqrt{p} + 3}{p^{\frac{1}{2}} - 3}$$

$$2. \frac{4^{r+1} 36^{-r-1}}{45^{-r+1} 5^{r+1} 81^{-1}}$$

$$4. \sqrt[4]{\frac{3^a \cdot 9^{a+1}}{27^{a+2}}}$$

$$6. \frac{3 \cdot 9^{x+1} + 3^{2x+4}}{3^x \cdot 3^{x-1} - 9^x}$$

$$8. \left(\frac{16^{x+1} - 2 \cdot 4^{2x+1}}{9 \cdot 4^x - 2^{2x}} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$10. \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x-y}$$

$$12. \frac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-2} \cdot y - y^{-2} \cdot x}$$

$$14. \frac{16^x - 9}{4^x + 3}$$

$$16. \frac{2^{2t} + 2^{t+1} - 15}{2^t + 5}$$

$$18. \frac{x - 2x^{\frac{1}{2}} + 1}{x^{\frac{1}{2}} - 1}$$

$$20. \frac{\frac{3}{a^2} + 5a^{\frac{1}{2}} + 6a^{-\frac{1}{2}}}{a^2 - 4}$$

Hoofstuk 1

Eksponente en Wortels

4. Vergelykings

4.1 Oplos van eksponensiële vergelykings:

Voorbeelde:

4.1.1 Los op vir x :

$$\bullet \frac{5^{x+3}}{5^{2-x}} = \frac{125^x}{1}$$
$$\frac{5^{x+3}}{5^{2-x}} = \frac{5^{3x}}{1}$$

$$5^{x+3} = 5^{3x} \cdot 5^{2-x} \quad \text{Maak basisse priem en verwyder breuke}$$

$$5^{x+3} = 5^{2x+2} \quad \text{Kry 1 mag links en 1 mag regs met gelyke basisse}$$

$$x + 3 = 2x + 2 \quad \text{Stel eksponente gelyk}$$

$$1 = x \quad \text{Los op vir } x$$

Doen nou Huiswerk 4 probleme nr 1 tot 4

4.1.2 Los op vir x en y

$$8^{2x-3} = 2^{3y} \dots (1) \quad \text{en} \quad \frac{3^x}{1} = \frac{3^y}{3} \dots (2)$$

$$(2^3)^{2x-3} = 2^{3y} \quad 3^x \cdot 3^1 = 3^y$$

$$2^{6x-9} = 2^{3y} \quad 3^{x+1} = 3^y$$

$$6x - 9 = 3y \quad x + 1 = y \dots (2)$$

$$2x - 3 = y \dots (1) \quad \text{Stel } y \text{ in } x + 1 = y \dots (2)$$

$$x + 1 = 2x - 3$$

$$4 = x$$

Stel $x = 4$ terug in $2x - 3 = y \dots (1)$

$$2(4) - 3 = y$$

$$5 = y$$

Doen nou Huiswerk 4 probleme nr 5 tot 6

4.1.3 Los op vir x :

$$3^x - 3^{x+2} + 24 = 0 \quad \text{meer as 2 terme - al die eksponente bevat } 1x \text{ - gemeenskaplike faktor}$$

$$3^x - 3^{x+2} = -24 \quad \text{terme met } x \text{ links en konstante regs}$$

$$3^x - 3^x \cdot 3^2 = -24 \quad \text{split eksponente op}$$

$$3^x(1 - 3^2) = -24 \quad \text{haal die mag as gem faktor uit}$$

$$3^x(-8) = -24 \quad \text{kry 1 getal in hakies}$$

$$\frac{3^x(-8)}{-8} = \frac{-24}{-8} \quad \text{kry die mag met } x \text{ alleen aan die 1 kant, 1 getal regs}$$

$$3^x = 3^1 \quad \text{maak basisse dieselfde en stel eksponente =}$$

$$x = 1$$

Doen nou Huiswerk 4 probleme nr 7 tot 10

4.1.4 Los op vir x

$$\begin{array}{ll} 3^{2x} - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0 & \text{3 terme - } x \text{ eksponente nie dieselfde - kwadratiese 3 term} \\ 3^{2x} - 4 \cdot 3^x \cdot 3^1 + 27 = 0 & \text{split eksponente op } \times \text{ getalle uit en kry vorm } ax^2 + bx + c = 0 \\ 1 \cdot 3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0 & \text{faktoriseer OF Stel } 3^x = k \text{ (} k\text{-metode)} \\ (1 \cdot 3^x - 3)(1 \cdot 3^x - 9) = 0 & k^2 - 12k + 27 = 0 \\ 3^x - 3 = 0 \quad \text{of} \quad 3^x - 9 = 0 & (k - 3)(k - 9) = 0 \\ 3^x = 3^1 & k = 3 \text{ of } k = 9 \\ x = 1 & 3^x = 3^1 \quad 3^x = 3^2 \\ & x = 1 \quad \text{of} \quad x = 2 \end{array}$$

Doen nou Huiswerk 4 probleme nr 11 tot 16

4.2 Oplos van vergelykings met onbekende in basis:

Voorbeelde:

4.2.1 Los op vir y :

$$\begin{array}{ll} 2y^{-\frac{3}{4}} - 16 = 0 & \text{Kry onbekende een kant en konstante ander kant} \\ 2y^{-\frac{3}{4}} = 16 & \text{Kry } +1 \text{ as } y \text{ se koëffisiënt} \\ \frac{2y^{-\frac{3}{4}}}{2} = \frac{16}{2} & \\ y^{-\frac{3}{4}} = 8 & \text{maak } y \text{ se eksponent positief en getal priem} \\ \frac{1}{y^{\frac{3}{4}}} = \frac{2^3}{1} & \\ y^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2^3} & \text{ruil beide kante om} \\ \sqrt[4]{y^3} = \frac{1}{2^3} & \text{skryf oor in wortelvorm en kry } y \text{ alleen} \\ (\sqrt[4]{y^3})^4 = (2^{-3})^4 & \\ y^3 = 2^{-12} & \\ \sqrt[3]{y^3} = \sqrt[3]{2^{-12}} & \\ y = 2^{-\frac{12}{3}} & \\ y = 2^{-4} & \\ y = \frac{1}{2^4} & \\ y = \frac{1}{16} & \end{array}$$

4.2.2 Los op vir x :

$$3x^{-\frac{2}{3}} = 27$$

$$\frac{3x^{-\frac{2}{3}}}{3} = \frac{27}{3}$$

Kry +1 as x se koëffisiënt

$$x^{-\frac{2}{3}} = 9$$

$$\frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^2}{1}$$

maak x se eksponent positief en getal priem

$$x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3^2}$$

ruil beide kante om

$$\sqrt[3]{x^2} = \frac{1}{3^2}$$

skryf oor in wortelvorm en kry x alleen

$$\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^3 = \left(\frac{1}{3^2}\right)^3$$

$$x^2 = \frac{1}{3^6}$$

$$\sqrt{x^2} = \pm \sqrt{\frac{1}{3^6}}$$

$$x = \pm \frac{1}{3^3}$$

$$x = \pm \frac{1}{27}$$

Doen nou Huiswerk 4 probleme nr 17 tot 19

4.2.3 $x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{4}} - 2 = 0$ kwadratiese 3 term - faktoriseer

$$\left(x^{\frac{1}{4}} + 2\right)\left(x^{\frac{1}{4}} - 1\right) = 0$$

$$x^{\frac{1}{4}} + 2 = 0 \quad \text{of} \quad x^{\frac{1}{4}} - 1 = 0$$

$$\sqrt[4]{x} = -2$$

$$\sqrt[4]{x} = 1$$

skryf oor in wortelvorm en kry x alleen

geen \mathbb{R} oplossing

$$\left(\sqrt[4]{x}\right)^4 = 1^4$$

$$x = 1$$

Doen nou Huiswerk 4 probleme nr 20 tot 23

Huiswerk 4: Vergelykings

Los op:

- $2^x - 32 = 0$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4$
- $3 \cdot 2^x = 24$
- $2^x = 64^{x+1}$
- $2^x = 8^y \dots (1)$ en $3^{x-1} = 9^y \dots (2)$
- $4 \cdot 2^y = \frac{2^{x^2}}{2} \dots (1)$ en $3^y = \frac{1}{9^x} \dots (2)$
- $5^{x+1} = \frac{7}{25} - 2 \cdot 5^x$
- $3^{x+2} - 3^{x-1} - 78 = 0$
- $2^{x+2} - 2^{x-1} = 28$
- $2^{x+1} + 2^x - 2^{x-1} = 10$
- $3^{2x+2} - 10 \cdot 3^x + 1 = 0$
- $9 + 8 \cdot 3^x = 3^{2x}$
- $3^{2x} = 3 - 26 \cdot 3^{x-1}$
- $3^{2-x} + 8 = 3^x$
- $2^x + 16 \cdot 2^{-x} - 10 = 0$
- $3^{x+1} - 4\sqrt{3^x} - 15 = 0$
- $3b^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$
- $p^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$
- $x^{-\frac{2}{3}} = 16$
- $x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} + 2 = 0$
- $x - 5\sqrt{x} + 4 = 0$
- $4x^{\frac{2}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}} - 6 = 0$
- $x^{-1} - 7x^{-\frac{1}{2}} = 18$

Huiswerk 5: Gemeng

1. Vereenvoudig, laat antwoorde met positiewe eksponente en rasionaliseer noemers waar nodig:

$$1.1 \frac{9^{\frac{3}{4}} - 3^{\frac{1}{2}}}{4 \cdot 3^{\frac{1}{2}} - \sqrt{3}}$$

$$1.2 \frac{x^n(x^n-2)-3}{x^{n+1}-3x}$$

$$1.3 \frac{a^{x+3}+2a^{x+2}}{a^x+2a^{x-1}}; \quad a \neq 0; 2$$

$$1.4 \left(\frac{1}{3^{-1}+2^{-1}} \right)^2 + (3^{-1} + 2^{-1})^{-2}$$

$$1.5 \sqrt{\frac{2^{n+3}+2^n}{2^{n-2}}}$$

$$1.6 \frac{a^{2m}-2+a^{-2m}}{a^m-a^{-m}}$$

$$1.7 \frac{(2 \cdot 4^2)^{\frac{1}{6}}}{27^{\frac{1}{3}}} \div \left(\frac{6^2}{8} \right)^{-\frac{5}{6}}$$

$$1.8 \frac{3^{2x+1}+9^x}{3^x \cdot 3^{x+1} - (3^x)^2}$$

$$1.9 \frac{a^{x+2}-3a^{x+1}}{3a^{x-2}-a^{x-1}}$$

$$1.10 \frac{x^{-1}+y^{-1}}{(x+y)^{-1}}$$

$$1.11 \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} \right)^2 - \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} \right)^2$$

$$1.12 \frac{24^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{3}}}{54^{-\frac{1}{6}}}$$

$$1.13 (x-2+x^{-1})^{\frac{1}{2}} \cdot \left(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} \right)^{-1}$$

$$1.14 \frac{3 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{x+2}}{2^x - 2^{x+1}}$$

$$1.15 18^{\frac{1}{3}} \cdot 50^{-\frac{1}{3}} \cdot 12^{\frac{1}{3}} \cdot 20^{\frac{2}{3}}$$

$$1.16 \frac{4^{x-1} - 2^{2x+1}}{4^x} + 2$$

$$1.17 \sqrt{\sqrt{13}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{13}+2}$$

$$1.18 \frac{\sqrt{p^2-q^2} \times (p+q)^{\frac{5}{2}}}{(p-q)^{\frac{1}{2}}}$$

$$1.19 \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^2} \cdot \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}$$

$$1.20 \frac{5^{2006} - 5^{2004} + 24}{5^{2004} + 1}$$

1.21 Indien $\frac{a^2 \times \sqrt[3]{b}}{\sqrt{a} \times (-2b^3)^3} = k \times a^x \times b^y$, bepaal die waardes van k , x en y .

1.22 Indien $3^{9x} = 64$ en $5^{\sqrt{p}} = 64$, bereken, SONDER sakreknar, die waarde van: $\frac{[3^{x-1}]^3}{\sqrt{5} \sqrt{p}}$

1.23 Toon aan dat: $\frac{2}{1+\sqrt{2}} - \frac{8}{\sqrt{8}} = -2$

1.24 Bewys dat: $\frac{\sqrt{27}-\sqrt{12}}{\sqrt{75}-\sqrt{48}} = ab \cdot (ab)^{-1}$

1.25 Herskryf die volgende uitdrukking as 'n mag van x : $\frac{x \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x}}{8 \sqrt{x^7}}$

2. Los op:

$$2.1 2^6 \cdot 3^{x-1} = 3^4 \cdot 2^{x+1}$$

$$2.2 2^{x-1} \sqrt{2^x} = \frac{1}{32}$$

$$2.3 2(x+1)^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{4}$$

$$2.4 (0,5)^{x^2-9} = 4^{x+3}$$

$$2.5 5 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 20 = 0$$

$$2.6 3^{x+1} + 5 \cdot 3^{x-1} - 42 = 0$$

$$2.7 9^{x+1} - 10 \cdot 3^x + 1 = 0$$

$$2.8 x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{4}} - 3 = 0$$

$$2.9 3^{x+2} - 10 = -3^{-x}$$

$$2.10 2^{x+2} + 7\sqrt{2^x} = 2$$

Meer oor “Wiskunde Anibrand Graad 11 Notaboek” en die outeur.

Ek is reeds vir 28 jaar betrokke by Wiskunde-onderrig vir graad 8 tot graad 12 leerders. Die afgelope 10 jaar is ek verbonde aan Hoërskool Die Wilgers in Pretoria, waar ek ‘n Wiskunde Akademie bedryf met een groep in elke graad.

Met die aanvang van die nuwe KABV sillabus in 2007 het ek begin om al my notas vir my Wiskunde-onderrig elektronies saam te stel met behulp van innoverende sagteware sodat dit alle onderwerpe met grafika en voorbeelde volledig verduidelik. Die graad 11 Wiskunde Anibrand Notaboek is in 2010 voltooi en behandel die volledige graad 11 KABV Wiskunde sillabus.

Die huiswerk probleme is so opgestel dat dit alle leerders help om eers die basiese begrippe vas te lê. Daarna volg probleme wat insig vereis en uitdagings bied aan leerders wat uitnemend wil presteer. Die Graad 11 Wiskunde Anibrand Antwoordboek verskaf volledig uitgewerkte, verduidelikende antwoorde op al die huiswerk probleme.

Ek gebruik hierdie notas die afgelope 5 jaar in my klasaanbieding vir die graad 11 leerders. Dit stel my in staat om die notas konstant te verbeter, soos wat ek dit in die klassituasie as nodig ervaar. Dit is ook so saamgestel dat dit ‘n volledige basis bied vir leerders om te kan presteer in Wiskunde in graad 11 en graad 12.

My notas is op hierdie stadium so volledig en werk so suksesvol, dat ek geen ander materiaal vir my graad 11 Wiskunde- onderrig benodig nie. Ek behaal uitstekende resultate met leerders in alle prestasievlakke.

Hierdie boek, saam met die Wiskunde Anibrand graad 11 Antwoordboek, is die antwoord vir alle graad 11 leerders wat wil presteer in Wiskunde en ook vir alle Wiskunde onderwysers wat sonder moeite ‘n kwaliteit Wiskunde klasaanbieding vir leerders wil bied.

www.wiskundeanibrand.com