

Wiskunde Anibrand

Eksamen Vraestelboek

Graad 11



Annie Bothma

Table of Contents

Titelblad	2
Kopieregbladsy	3
VRAESTEL 1	4
Junie	4
Vraestel 1a	4
Memo 1a	8
Vraestel 1b	17
Memo 1b	23
Vraestel 1c	33
Memo 1c	36
November	43
Vraestel 1a	43
Memo 1a	49
Vraestel 1b	56
Memo 1b	61
Vraestel 1c	68
Memo 1c	74
Vraestel 1d	82
Memo 1d	88
Vraestel 1e	95
Memo 1e	101
Vraestel 1f	108
Memo 1f	114
Vraestel 1g	121
Memo 1g	127
Vraestel 1h	137
Memo 1h	142
Vraestel 1i	150
Memo 1i	154
Vraestel 1j	162

Memo 1j	167
VRAESTEL 2	175
Junie	175
Vraestel 2a	175
Memo 2a	180
Vraestel 2b	189
Memo 2b	194
Vraestel 2c	201
Memo 2c	205
November	212
Vraestel 2a	212
Memo 2a	219
Vraestel 2b	228
Memo 2b	237
Vraestel 2c	247
Memo 2c	256
Vraestel 2d	267
Memo 2d	275
Vraestel 2e	284
Memo 2e	293
Vraestel 2f	304
Memo 2f	314
Vraestel 2g	326
Memo 2g	335
Vraestel 2h	346
Memo 2h	356
Vraestel 2i	368
Memo 2i	378
Vraestel 2j	388
Memo 2j	397

Wiskunde Anibrand

Eksamen Vraestelboek met

Memos

Graad 11

Annie Bothma

Copyright © 2015 Annie Bothma

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage or retrieval system without permission from the copyright holder.

The Author has made every effort to trace and acknowledge sources/resources/individuals. In the event that any images/information have been incorrectly attributed or credited, the Author will be pleased to rectify these omissions at the earliest opportunity.

Graad 11 Vraestelboek opgestel deur A Bothma

ISBN: 978-1-928261-98-8

Junie Vraestel 1a

Vraag 1

Vereenvoudig die volgende sonder sakrekenaar:

$$1.1 \quad \frac{2\sqrt{8}-\sqrt{50}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} \quad (4)$$

$$1.2 \quad \sqrt{\frac{15^x \cdot 3^x}{9^{x+1} \cdot 5^{x-2}}} \quad (5)$$

$$1.3 \quad \frac{1}{(a+b)^{-1}} - \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2 \quad (4)$$

$$1.4 \quad \frac{3^{2+x} - 4 \cdot 3^x}{2 \cdot 3^{x-1} + 3^x} \quad (5)$$

$$1.5 \quad \frac{x^2 - 5x + 6}{1 - x^2} \times \frac{x^2 + 2x - 3}{9 - x^2} \quad (5)$$

Vraag 2

$$2.1 \quad \text{Los op vir } x : \quad 2 \cdot 3^x + \frac{1}{2} \cdot 3^x = \frac{15}{2} \quad (5)$$

$$2.2 \quad \text{Los op vir } a : \quad 3^{2a} + 2 \cdot 3^{a+1} - 7 = 0 \quad (4)$$

Vraag 3

3.1 Los op vir x , korrek tot 2 desimale waar nodig:

$$3.1.1 \quad 2x^2 + 3x = 0 \text{ met } x \in \mathbb{Z} \quad (3)$$

$$3.1.2 \quad 4x^2 + 9 = 0 \quad (2)$$

$$3.1.3 \quad \frac{x}{x-3} \leq 2 \quad (6)$$

$$3.1.4 \quad \sqrt{10 - 3x} - x = -2 \quad (5)$$

$$3.1.5 \quad \frac{6}{x+1} - \frac{3x}{1-x^2} = \frac{2x}{x-1} \quad (6)$$

$$3.1.6 \quad 3x^2 = 75 \quad (3)$$

$$3.1.7 \quad (x^2 - 5x + 2)^2 - (x^2 - 5x) = 8 \quad (7)$$

$$3.2 \quad \text{Los op vir } x \text{ deur die vierkant te voltooi op: } -3x^2 + 7x - 1 = 0 \quad (6)$$

$$3.3 \quad \text{Los op vir } x \text{ en } y \text{ as: } 2^x \cdot 4^y = 1 \text{ en } (4^y)^x = \frac{1}{16} \quad (6)$$

$$3.4 \quad \text{Vir watter waardes van } r \text{ sal die vergelyking } 2x^2 - 3x = r \text{ reële wortels hê?} \quad (4)$$

3.5 Toon aan dat die vergelyking $x^2 + 2x + 5 = 0$ geen reële wortels het nie. (5)

Vraag 4

4.1 Die volgende getalpatroon word gegee: $1, 5, 11, 19, \dots$

4.1.1 Bepaal die waarde van die *5de* getal in die patroon. (1)

4.1.2 Bepaal 'n formule vir die *n*de getal in die patroon. (5)

4.1.3 Wat is die *100ste* getal in die patroon? (1)

4.2 'n Rubberbal word vanaf 'n hoogte van $4m$ laat val en daarna hop dit deurlopend sodat dit met elke hopslag die helfte van die vorige hoogte bereik. Die maksimum hoogte wat dus met die eerste hopslag bereik word, is $\frac{1}{2} \times 4$.

4.2.1 Indien hierdie patroon so voortgaan, bereken die maksimum hoogte met die *6de* hopslag. (1)

4.2.2 Bepaal 'n algebraïese uitdrukking vir die maksimum hoogte met die *n*de hopslag. (3)

4.2.3 Na hoeveel hopslae sal die bal 'n maksimum hoogte van $\frac{1}{512}$ meter bereik? (3)

4.3 Beskou die volgende ry: $3; p; 10; q; 21$. Die reeks het 'n konstante *2de* verskil van 1.

4.3.1 Bepaal die waardes van p en q . (4)

4.3.2 Bepaal die *n*de term van die ry. (5)

4.3.3 Bewys vervolgens dat die som van enige twee opeenvolgende terme van die reeks 'n volkome vierkant is. (5)

Vraag 5

5.1 Die funksies $f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$ en $g(x) = -2x - 6$ word gegee.

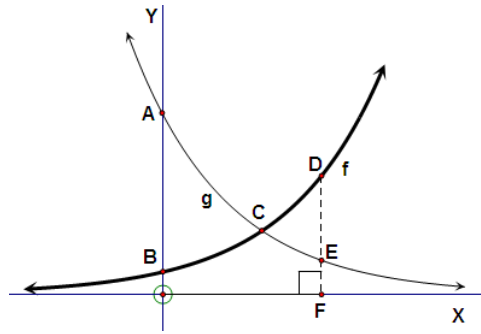
5.1.1 Skryf die koördinate van die draaipunte van f neer. (2)

5.1.2 Bereken die wortels van f . (4)

5.1.3 Skryf die vergelyking van die simmetrie-as van f neer. (1)

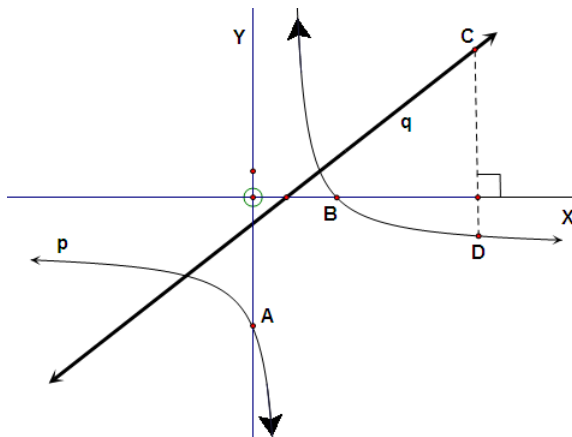
- 5.1.4 Skets die grafieke van f en g op dieselfde assestelsel. (4)
- 5.1.5 Bepaal grafies die waardes van x waarvoor $f(x) \geq g(x)$ (4)
- 5.1.6 Gee die vergelyking van $p(x)$ indien $p(x) = -f(x)$ (2)

- 5.2 Die grafiek hieronder toon die sketse van $f(x) = 2^{x-2}$ en $g(x) = 2^{1-x}$.
 A en B is die y -afsnitte van die grafieke en C hulle snypunt.
 DEF is ewewydig aan die Y -as met D op f en E op g .



- 5.2.1 Bereken die lengte van AB (3)
- 5.2.2 Indien die lengte van $OF = 3$ eenhede, bepaal die gemiddelde helling van g tussen punte A en E (4)
- 5.2.3 Bereken die koördinate van punt C (2)
- 5.2.4 Skryf die vergelyking neer van die grafiek wat ontstaan indien g se grafiek 1 eenheid na regs geskuif word. (2)
- 5.2.5 Skryf die vergelyking neer van die grafiek wat ontstaan indien g se grafiek 1 eenheid af geskuif word. (2)

- 5.3 Die grafiek hieronder toon die sketse van $p(x) = \frac{3}{x-1} - 2$ en $q(x) = x - 1$.



- 5.3.1 Bereken die koördinate van A en B (4)

- 5.3.2 Skryf die vergelykings van die asimptote van van p neer. (2)
- 5.3.3 Skryf die gebied van p neer. (2)
- 5.3.4 Toon aan dat $p(-2) = q(-2)$ en verduidelik hoe dit die skets beïnvloed. (3)
- 5.3.5 Bepaal die koördinate van D indien $CD = 4$ eenhede. (5)

November Vraestel 2j

Vraag 1

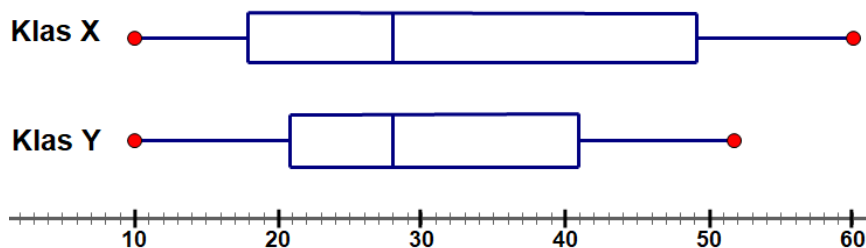
Anette wil 'n Volkswagen Polo koop en besoek "We buy Cars" se webwerf. Sy maak 'n lys van al die beskibare Volkswagen Polos met hulle verkoopspryse (in duisende rande). Haar resultate word getoon in die tabel hieronder.

Verkoopsprys (in duisende rande)	frekwensie	kumulatiewe frekwensie
$50 \leq x < 60$	3	3
$60 \leq x < 70$	4	7
$70 \leq x < 80$	a	14
$80 \leq x < 90$	19	33
$90 \leq x < 100$	12	b
$100 \leq x < 110$	5	50

- 1.1 Skryf die waardes van a en b neer. (2)
- 1.2 Skets 'n kumulatiewe frekwensie grafiek of ogief om die data voor te stel. (3)
- 1.3 Anette wil nie meer as R95 000 spandeer nie. Gebruik die ogief om 'n skatting te maak hoeveel van die beskikbare motors sy sal kan bekostig. (1)
- [6]

Vraag 2

- 2.1 Klas X en Klas Y skryf 'n Wiskunde toets waarvan die totale punt 60 is. Die uitslae van elke klas is opgesom in die mond-en-snor diagram hieronder.



- 2.1.1 Beskryf die skeefheid van Klas X (1)
- 2.1.2 Watter klas het die grootste standaardafwyking? (1)
- 2.1.3 Bepaal die semi-interkwartiele omvang van Klas Y (2)
- 2.2 Die tyd, in minute, wat dit neem om die eerste doel in 'n sokker wedstryd aan te teken is vir sewe wedstryde aangeteken in die tabel hieronder. Die tye wat

in stygende orde gerangskik is, word voorgestel deur die letters a tot g .

a	b	c	d	e	f	g
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Die volgende inligting oor die datastel is bekend:

- Al die doele is op verskillende tydstippe aangeten.
- Die minimum tyd om 'n eerste doel aan te teken, was 5 minute.
- Die variasiewydte van al die tye was 48 minute.
- Die mediaan tyd was 22 minute.
- Die verskil tussen die tyd by die onderste kwartiel en die minimum tyd, was 7 minute.
- Die interkwartiele omvang was 28 minute.
- Die gemiddelde tyd was 27 minute.
- $e = 2c$

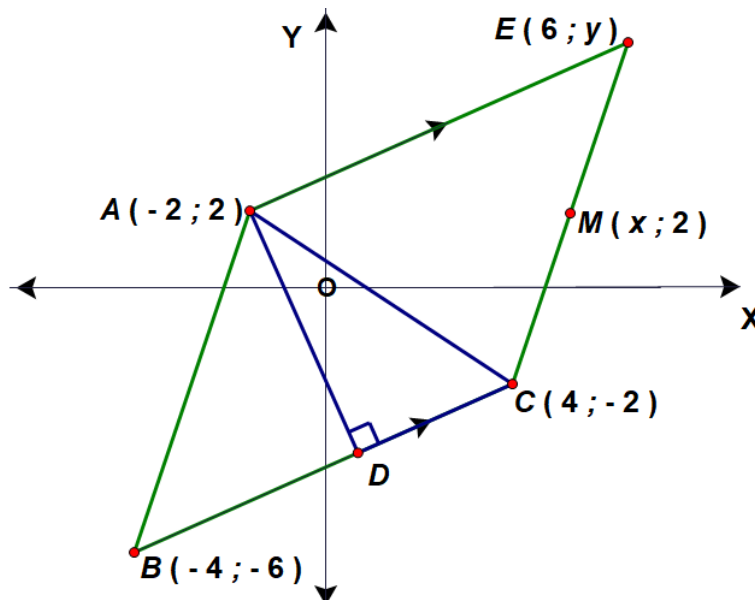
2.2.1 Bepaal nou die waardes van $a; b; c; d; e$ en f . (8)

2.2.2 Indien die standaardafwyking van die datastel $15,87$ minute is, hoeveel doele is aangeteken binne EEN standaardafwyking van die gemiddelde tyd? (3)

[15]

Vraag 3

In die diagram hieronder is $A(-2; 2)$, $B(-4; -6)$, $C(4; -2)$ en $E(6; y)$ is die hoekpunte van 'n vierhoek. $AE \parallel BC$ en D 'n punt op BC sodat $AD \perp BC$. $M(x; 2)$ is 'n punt op EC .



3.1 Bereken die gradiënt van BC . (3)

3.2 Indien M die middelpunt is van EC , bereken die waardes van x en y . (3)

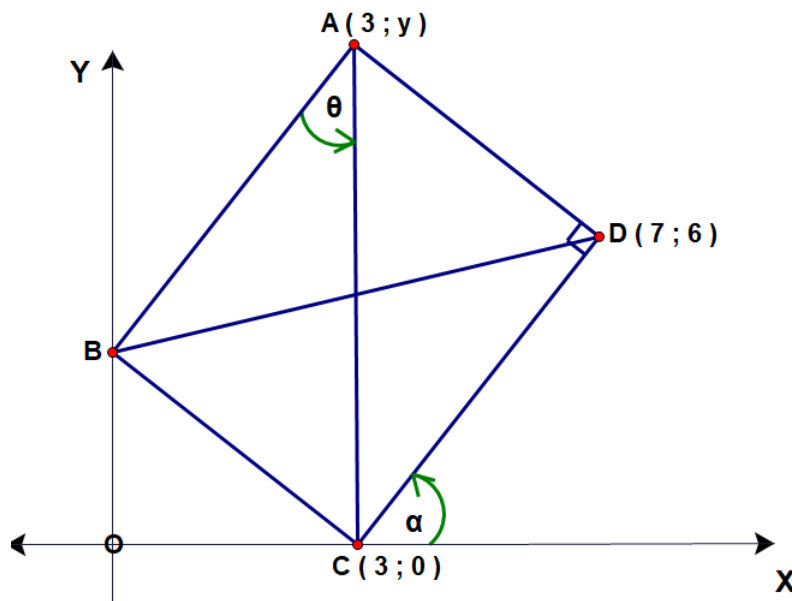
3.3 Bereken die lengte van BC . (2)

- 3.4 Indien dit gegee word dat $AE = \sqrt{80}$, watter soort vierhoek is $ABCE$? (1)
- 3.5 Bepaal die vergelyking van AD in die vorm $y = mx + c$ (3)
- 3.6 Bepaal die koördinate van D . (5)
- 3.7 Bepaal die oppervlakte van $\triangle AEC$. (3)

[20]

Vraag 4

In die diagram hieronder is B 'n punt op die y -as. $A(4;y)$, B , $C(3;0)$ en $D(7;6)$ is die hoekpunte van reghoek $ABCD$ met hoeklyne BD en AC . Die inklinasie van DC is α en $\hat{BAC} = \theta$.

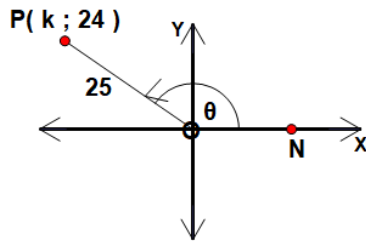


- 4.1 Bepaal die gradiënt van CD . (2)
- 4.2 Bepaal die grootte van α . (2)
- 4.3 Bepaal die waarde van y . (4)
- 4.4 Bereken die grootte van θ . (5)

[13]

Vraag 5

- 5.1 In die diagram hieronder is $P(k; 24)$ 'n punt in die tweede kwadrant sodat $OP = 25$ eenhede. N is 'n punt op die positiewe x -as sodat $\hat{PON} = \theta$.



SONDER om die waarde van θ te bereken, bepaal die waardes van:

5.1.1 k (2)

5.1.2 $\tan \theta$ (1)

5.1.3 $\sin \alpha$ indien $\theta + \alpha = 360^\circ$ (3)

5.1.4 $\cos^2 \theta - \sin^2 \alpha$ (3)

5.2 Vereenvoudig $\frac{\cos 210^\circ \cdot \tan 135^\circ}{\sin(-60^\circ) \cdot \cos 420^\circ}$ SONDER 'n sakrekenaar. (5)

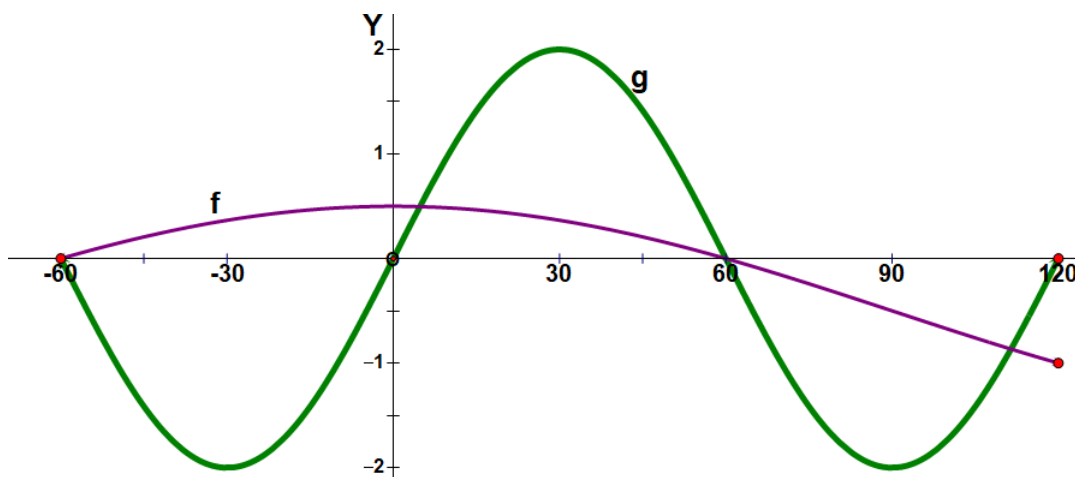
5.3 Bewys dat: $\frac{1}{\tan^2 x} - \cos^2 x = \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x}$ (4)

5.4 Bepaal die algemene oplossing van: $\sqrt{2} \sin x \cos x = \cos x$ (6)

[24]

Vraag 6

Die skets hieronder toon die grafieke van $f(x) = \cos x + q$ en $g(x) = 2 \sin bx$ vir $x \in [-60^\circ; 120^\circ]$



6.1 Skryf die koördinate van die maksimum draaipunt van g neer. (1)

6.2 Skryf die waardes van x neer waarvoor f stygend is in die gegewe interval. (2)

6.3 Skryf die waardes van q en b neer. (2)

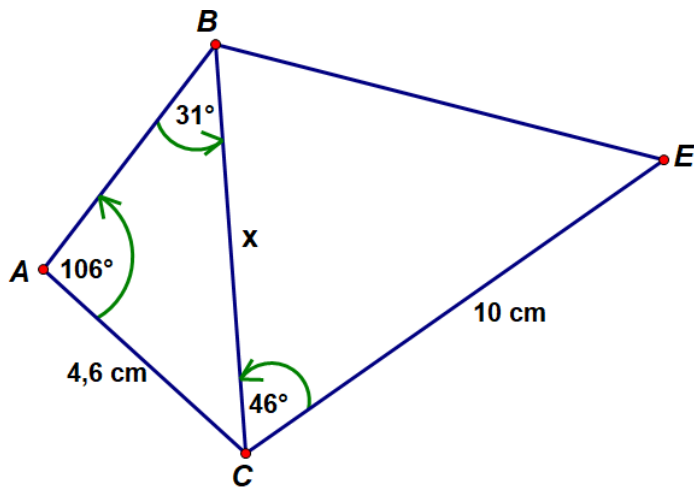
6.4 Gebruik die grafiek om die waardes van x te bepaal waarvoor :

$2 \cos x \sin 3x - \sin 3x \geq 0$ (4)

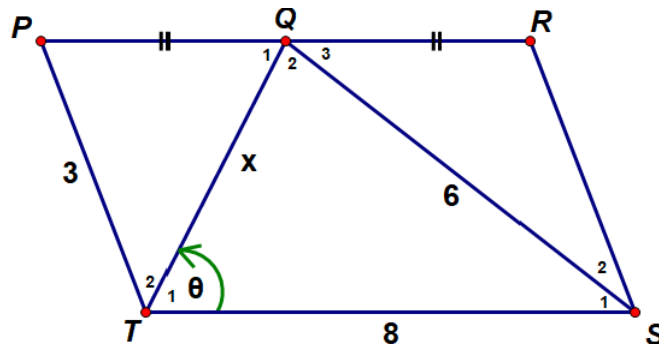
[9]

Vraag 7

- 7.1 In die diagram hieronder is A , C , E en B die hoekpunte van 'n vierhoek. $\hat{A}BC = 31^\circ$, $\hat{B}AC = 106^\circ$, $\hat{B}CE = 46^\circ$, $AC = 4,6 \text{ cm}$, $CE = 10 \text{ cm}$ en $BC = x \text{ cm}$



- 7.1.1 Bereken die lengte van BC . (3)
- 7.1.2 Bereken die oppervlakte van vierhoek $ACEB$. (4)
- 7.2 In die skets hieronder is $PTSR$ 'n parallellogram met Q die middelpunt van PR . Verder is $QS = 6 \text{ m}$; $PT = 3 \text{ m}$; $TS = 8 \text{ m}$; $QT = x$; $\hat{T}_1 = \theta$

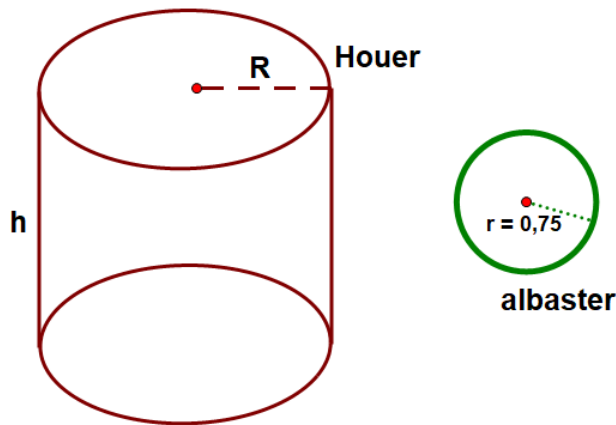


- 7.2.1 Bewys dat: $\cos \theta = \frac{x^2 + 28}{16x}$ (3)
- 7.2.2 Bereken vervolgens die lengte van QT (6)

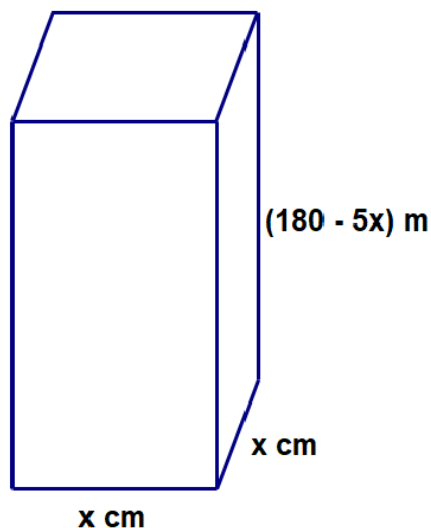
[16]

Vraag 8

- 8.1 Die skets hieronder toon 'n silindriese houer wat gevul is albasters (sfere). Die houer het 'n radius van $R \text{ cm}$ en 'n hoogte van $h \text{ cm}$. Die volume van die houer is 300 cm^3 . Die radius van die albasters is $0,75 \text{ cm}$.



- 8.1.1 Toon aan dat h , die hoogte van die houer, gely is aan $h = \frac{300}{\pi R^2}$ (2)
- 8.1.2 100 albasters word in die houer gesit. Daarna word die houer tot bo volgemaak met water. Bereken die volume van die water wat nou in die houer is. (3)
- 8.2 Die diagram hieronder toon 'n reghoekige prisma met 'n vierkantige basis waarvan die sylengte $x \text{ cm}$ is. Die hoogte van die prisma is $(180 - 5x) \text{ cm}$.

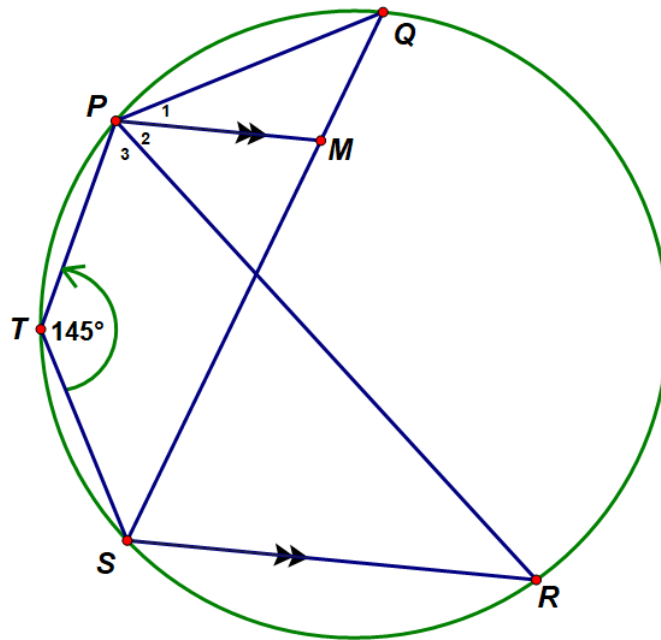


Bereken die maksimum oppervlakte van hierdie prisma.

Volledige redes moet vir bewerings in Vrae 9, 10 en 11 gegee word.

Vraag 9

In die diagram hieronder is Q , P , T en R punte op die sirkel. M is 'n punt op QS sodat $PM \parallel SR$. Verder is $\hat{PTS} = 145^\circ$



9.1 Bereken die groottes van:

9.1.1 \hat{Q} (2)

9.1.2 \hat{R} (2)

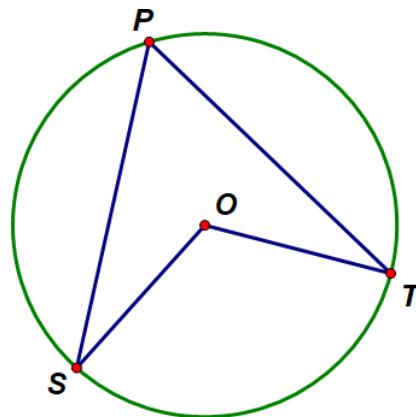
9.1.3 \hat{P}_2 (1)

9.2 Waarom is PR 'n raaklyn aan die sirkel deur punte P , M en Q ? (1)

[6]

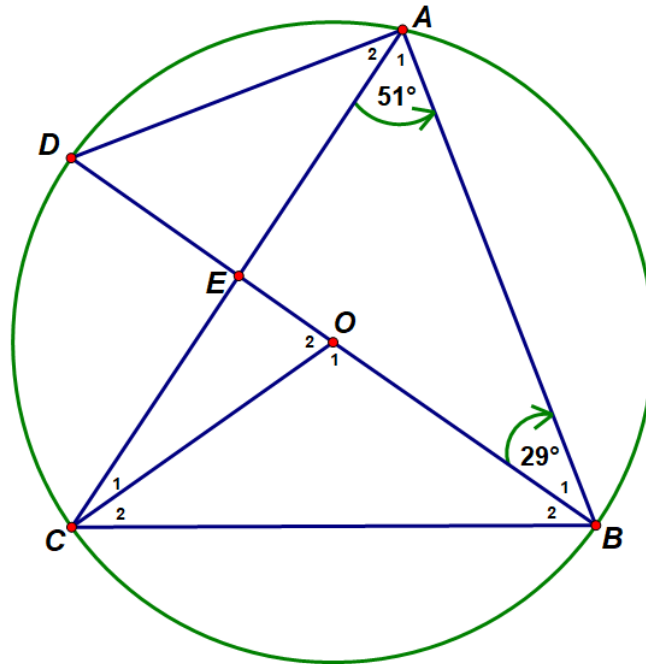
Vraag 10

10.1 In die skets hieronder is O die middelpunt van die sirkel en P , T en S is punte op die omtrek van die sirkel.



Gebruik die skets en bewys die stelling wat beweer dat $\hat{SOT} = 2 \times \hat{SPT}$ (5)

- 10.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel en A, B, C en D is punte op die omtrek van die sirkel. BOD is 'n middellyn en AC en BD sny mekaar by E . Verder is $\hat{A}_1 = 51^\circ$ en $\hat{B}_1 = 29^\circ$

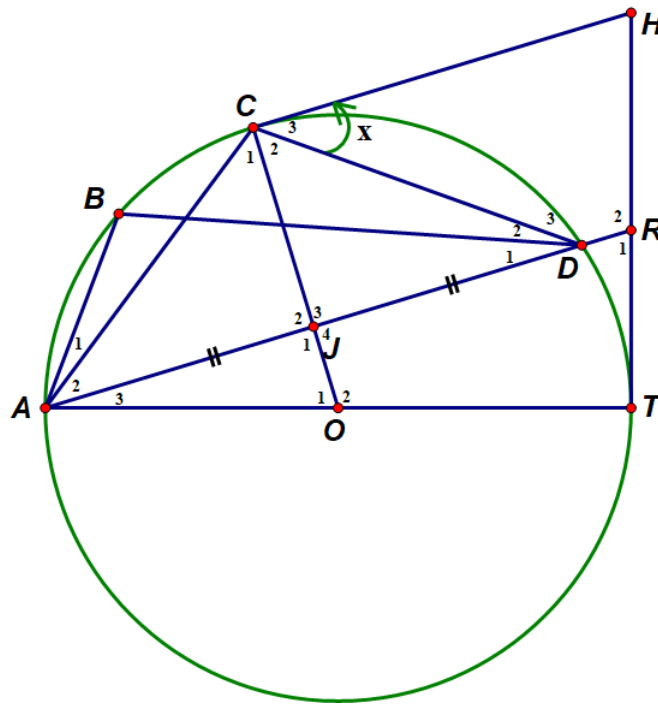


- 10.2.1 Bepaal die grootte van \hat{O}_1 (2)
 10.2.2 Bepaal die grootte van \hat{A}_2 (2)
 10.2.3 Bepaal die grootte van \hat{D} (1)
 10.2.4 Bepaal die grootte van \hat{ACO} (3)

[13]

Vraag 11

In die skets hieronder is O die middelpunt van die sirkel wat deur die punte A , B , C , D en T gaan. HC en HT is raaklyne aan die sirkel by C en T onderskeidelik. AD verleng ontmoet HT by R en OC halveer AD by J . Laat $\hat{C}_3 = x$



- 11.1 Skryf, met redes, 'n ander hoek neer wat gelyk is aan \hat{C}_3 (2)
- 11.2 Toon aan dat $CHRZ$ 'n trapesium is. (5)
- 11.3 Toon aan dat OC vir \hat{ACD} halveer. (3)
- 11.4 Skryf, met redes, die grootte van \hat{ABD} neer van in terme van x . (2)
- 11.5 Bepaal die grootte van \hat{R}_2 in terme van x . (6)

[18]

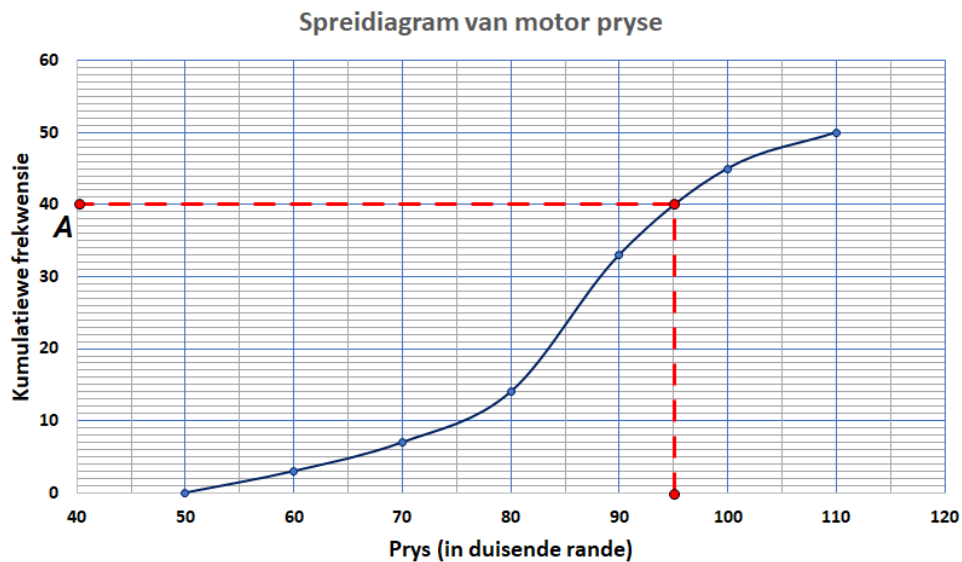
Memo November Vraestel 2j

1.1 $a = 14 - 7 = 7$

$b = 33 + 12 = 45$

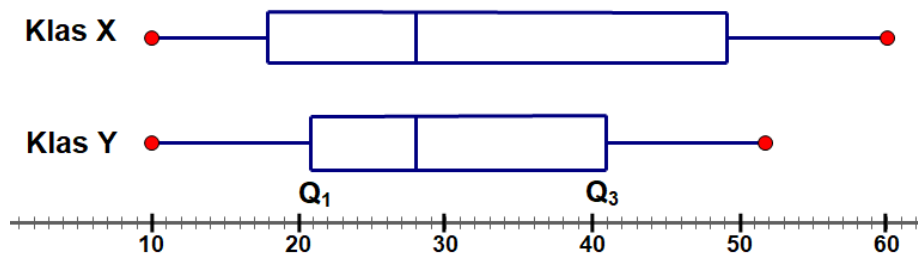
Verkoopsprys (duisende rande)	kumulatiewe frekwensie	punte vir ogief
	grondpunt	(50; 0)
$50 \leq x < 60$	3	(60; 3)
$60 \leq x < 70$	7	(70; 7)
$70 \leq x < 80$	14	(80; 14)
$80 \leq x < 90$	33	(90; 33)
$90 \leq x < 100$	$b = 45$	(100; 45)
$100 \leq x < 110$	50	(110; 50)

1.2



1.3 Sy kan 40 motors bekostig - lees af by A op grafiek hierbo.

2.1



2.1.1 Skeef na regs of positief skeef (mediaan baie verder vanaf maksimum as minimum)

2.1.2 Klas X want sy spreiding, wat jy uit die omvang en interkwartiele omvang kan sien, is baie groter as die van klas Y

2.1.3 Semi-interkwartiele omvang = $\frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{41 - 21}{2} = 10$

2.2

a	b	c	d	e	f	g
min	onderste kwartiel Q_1		mediaan Q_2		boonste kwartiel Q_3	maks

$\text{min} = a = 5$

Variasiewydte = maks – min

$48 = g - 5$

mediaan = $d = 22$

$53 = g$

omvang = maks – min

IKO = $Q_3 - Q_1$

$7 = b - a$

$28 = f - b$

$7 = b - 5$

$28 = f - 12$

$12 = b$

$40 = f$

Gemiddeld: $\bar{x} = \frac{5+12+c+22+e+40+53}{7}$

$e = 2c = 2(19) = 38$

maar $e = 2c$

$27 = \frac{5+12+c+22+2c+40+53}{7}$

$\frac{27}{1} = \frac{3c+132}{7}$

$3c + 132 = 189$

$3c = 57$

$c = 19$

2.2 datapunte:

5	12	19	22	38	40
---	----	----	----	----	----

gemiddeld: $\bar{x} = 27$ en standaardafwyking: $\sigma = 15,87$

onderste grens = $\bar{x} - \sigma$

boonste grens = $\bar{x} + \sigma$

$= 27 - 15,87$

$= 27 + 15,87$

$= 11,13$

$= 42,87$

5 datapunte lê binne hierdie grense.

3.1 $B(-4; -6)$ en $C(4; -2)$

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{-6 - (-2)}{-4 - 4} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} 3.3 \quad BC &= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \\ &= \sqrt{(-4 - 4)^2 + (-6 + 2)^2} \\ &= \sqrt{80} = 4\sqrt{5} = 8,94 \text{ eenh} \end{aligned}$$

3.5 $m_{BC} = \frac{1}{2}$, dus $m_{AD} = -2$ ($AD \perp BC$)

en $A(-2; 2)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -2(x + 2)$$

$$y - 2 = -2x - 4$$

$$y = -2x - 2$$

3.7 Geen hoek bekend, opp reël onmoontlik

moet werk met $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \perp h$

Indien jy sy AE as basis gebruik, is AD

die \perp hoogte tussen $\triangle AEC$ se basislyn AD

en die tophoek C

$A(-2; 2)$ en $D(\frac{4}{5}; -\frac{18}{5})$

$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - \frac{4}{5})^2 + (2 + \frac{18}{5})^2} \\ &= \frac{14\sqrt{5}}{5} = 6,26 \end{aligned}$$

Opp $\triangle AEC = \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \perp h$

$$= \frac{1}{2} \times AE \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{80} \times \frac{14\sqrt{5}}{5} = 28 \text{ eenh}^2$$

3.2 $E(6; y)$, $M(x; 2)$ en $C(4; -2)$

$$x_M = \frac{x_E + x_C}{2} \quad y_M = \frac{y_E + y_C}{2}$$

$$x = \frac{6 + 4}{2} \quad \frac{2}{1} = \frac{y - 2}{2}$$

$$x = 5 \quad 4 = y - 2$$

$$6 = y$$

3.4 $AE = BC = \sqrt{80}$ en $AE \parallel BC$

$ABCE$ is 'n parallellogram want

1 paar teenoorstaande sye = en \parallel

3.6 D is snypunt van AD en BC

Vir BC is $m_{BC} = \frac{1}{2}$ en $C(4; -2)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 2 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y + 2 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$BC : y = \frac{1}{2}x - 4 \dots (1)$$

$$AC : y = -2x - 2 \dots (2)$$

by snypunt is y -waardes gelyk

$$\frac{1}{2}x - 4 = -2x - 2$$

$$\frac{1x}{2} \times \frac{2}{1} - 4 \times 2 = -2x \times 2 - 2 \times 2$$

$$x - 8 = -4x - 4$$

$$5x = 4$$

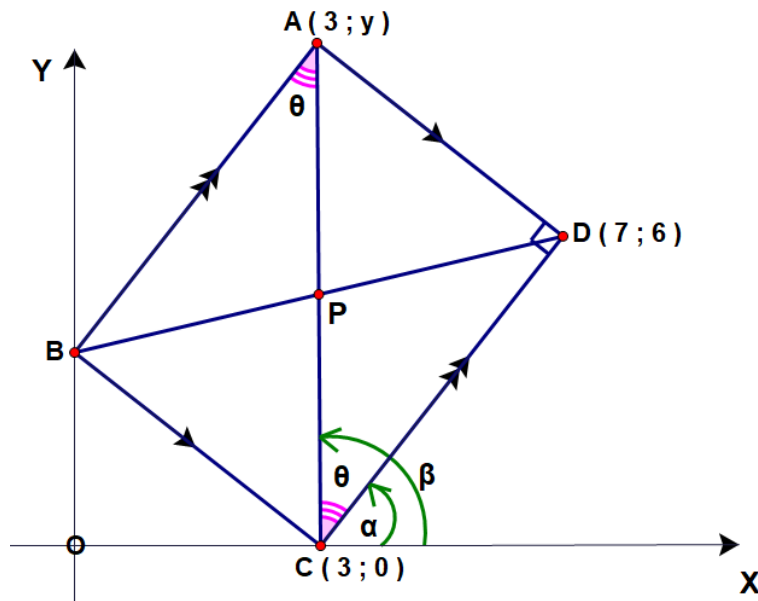
$$x = \frac{4}{5}$$

Stel $x = \frac{4}{5}$ terug in (2)

$$y = -2\left(\frac{4}{5}\right) - 2 = -\frac{18}{5}$$

$$D\left(\frac{4}{5}; -\frac{18}{5}\right)$$

4.



$$4.1 \quad m_{CD} = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \frac{0 - 6}{3 - 7} = \frac{3}{2}$$

$$4.2 \quad \tan \alpha = m_{CD}$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{2}$$

$$\text{verw } \angle = 56,31^\circ$$

$$\therefore \alpha = 56,31^\circ$$

4.3 $AD \perp DC$ (reghoek)

$$\therefore m_{AD} \times m_{CD} = -1$$

$$\frac{y_A - y_D}{x_A - x_D} \times \frac{3}{2} = -1$$

$$\frac{y - 6}{4 - 7} \times \frac{3}{2} = -1$$

$$\frac{(y - 6)}{-3} \times \frac{3}{2} = -1$$

$$\frac{3y - 18}{-6} = \frac{-1}{1}$$

$$3y - 18 = 6$$

$$3y = 24$$

$$y = 8$$

$$A(4; 8)$$

4.4 $AB \parallel CD$ teenoorst sye van reghoek

$$\hat{D}CA = \hat{B}AC = \theta \quad \text{verwisselende } \angle^e$$

Stel inklinasie van AC is β

$$m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{8 - 0}{4 - 3} = 8$$

$$\tan \beta = m_{AC}$$

$$\tan \beta = 8$$

$$\text{verw } \angle = 82,87^\circ$$

$$\therefore \beta = 82,87^\circ$$

$$\theta = \beta - \alpha$$

$$= 82,87^\circ - 56,31^\circ = 26,56^\circ$$

$$5.1.1 \quad OP^2 = x^2 + y^2$$

$$25^2 = k^2 + 24^2$$

$$49 = k^2$$

$$\pm \sqrt{49} = \sqrt{k^2}$$

$$\pm = k$$

$$5.1.2 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{24}{-7}$$

$$5.1.3 \quad \theta + \alpha = 360^\circ$$

kies $k = -7$ (2^{de} kwadrant)

$$5.1.4 \quad \cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-7}{25} \quad \text{en} \quad \sin \alpha = -\frac{24}{25}$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \alpha = \left(\frac{-7}{25}\right)^2 - \left(-\frac{24}{25}\right)^2 = -\frac{527}{625}$$

$$5.2 \quad \frac{\cos 210^\circ \cdot \tan 135^\circ}{\sin(-60^\circ) \cdot \cos 420^\circ}$$

$= \frac{\cos 210^\circ \cdot \tan 135^\circ}{\sin(-60^\circ+360^\circ) \cdot \cos(420^\circ-360^\circ)}$ maak neg \angle^e pos

$$= \frac{\cos 210^\circ \cdot \tan 135^\circ}{\sin 300^\circ \cdot \cos 60^\circ} \quad \text{en } \angle^e \text{ kleiner as } 360^\circ$$

$$= \frac{\cos(180^\circ+30^\circ) \cdot \tan(180^\circ-45^\circ)}{\sin(360^\circ-60^\circ) \cdot \cos 60^\circ} \quad \text{maak } \angle^e \text{ skerp}$$

$$= \frac{-\cos 30^\circ \cdot (-\tan 45^\circ)}{-\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ} \quad \text{kyk vir tekens}$$

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-1)}{-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)} \quad \text{spesiale } \angle^e$$

$$= -2$$

$$5.3 \quad LK = \frac{1}{\tan^2 x} - \cos^2 x$$

$$= \frac{1}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} - \cos^2 x$$

$$= \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{1} \quad \text{KGV noemers} = \sin^2 x$$

$$= \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x \times \sin^2 x}{1 \times \sin^2 x} \quad \text{maak noemers dieselfde}$$

$$= \frac{\cos^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos^2 x (1 - \sin^2 x)}{\sin^2 x} \quad \text{faktoriseer}$$

$$= \frac{\cos^2 x (\cos^2 x)}{\sin^2 x} \quad \text{vierkantsidentiteit}$$

$$= \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} = RK$$

$$6.1 \quad (30^\circ; 2)$$

$$6.3 \quad q = -\frac{1}{2} \quad (\text{basis cos het } \frac{1}{2} \text{ af geskuif})$$

$$b = 3 \quad (\text{grafiek sal } 3 \text{ kurwes voltooi in } 360^\circ)$$

$$\alpha = 360^\circ - \theta$$

$$\sin \alpha = \sin(360^\circ - \theta)$$

$$= -\sin \theta \quad \left(\frac{y}{r}\right)$$

$$= -\frac{24}{25}$$

$$5.4 \quad \sqrt{2} \sin x \cos x = \cos x$$

$$\sqrt{2} \sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (\sqrt{2} \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{of} \quad \sqrt{2} \sin x = 1$$

$$\text{Vir } \cos x = 0 \quad (\text{uniek}); \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ} \quad (\text{uit cos grafiek})$$

$$\text{Vir } \sqrt{2} \sin x = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{verw } \angle = 45^\circ$$

$$\text{kw 1} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{x = 45^\circ + k \cdot 360^\circ}$$

$$\text{kw 2}$$

$$\mathbf{x = 180^\circ - 45^\circ + k \cdot 360^\circ}$$

$$\mathbf{x = 135^\circ + k \cdot 360^\circ}$$

6.2 stygend waar y -waardes groter word as jy beweeg van links na regs

$$x \in [-60^\circ; 0^\circ] \quad \text{OF} \quad -60^\circ \leq x \leq 0^\circ$$

6.4 $f : y = \cos x - \frac{1}{2}$ en $g : y = 2 \sin 3x$

$2 \cos x \sin 3x - \sin 3x \geq 0$ (kry f en g se formules want jy wil grafiek gebruik

$\frac{2 \cos x \sin 3x}{2} - \frac{\sin 3x}{2} \geq \frac{0}{2}$ om oplossing vir x te kry.)

$\cos x \sin 3x - \frac{1}{2} \sin 3x \geq 0$

$\sin 3x (\cos x - \frac{1}{2}) \geq 0$ produk van y -waardes moet pos of 0 wees

$g(x) \times f(x) \geq 0$ beide y -waardes moet pos of 0 of beide moet neg of 0 wees

$x \in [0^\circ; 120^\circ]$ en $x = -60^\circ$ OF $0^\circ \leq x \leq 120^\circ$ en $x = -60^\circ$

7.1.1 In nie-regh $\triangle ABC$

jy ken $\angle; \angle; S$ - gebruik sin reël

$\frac{x}{\sin 106^\circ} = \frac{4,6}{\sin 31^\circ}$

$\frac{x}{\sin 106^\circ} \times \frac{\sin 106^\circ}{1} = \frac{4,6}{\sin 31^\circ} \times \frac{\sin 106^\circ}{1}$

$x = \frac{4,6 \sin 106^\circ}{\sin 31^\circ}$

$x = BC = 8,59 \text{ cm}$

7.1.2 Deel $ACEB$ op in 2 nie regh \triangle^e

gebruik opp reël (jy benodig $\angle; S; \angle$)

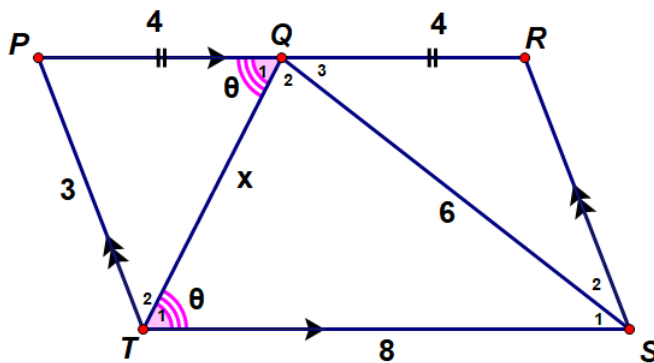
$\hat{B}CA = 43^\circ$ (binne \angle^e van $\triangle ABC$)

Opp $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4,6 \times 8,59 \times \sin 43^\circ$
 $= 13,47 \text{ cm}^2$

Opp $\triangle BCE = \frac{1}{2} \times 10 \times 8,59 \times \sin 46^\circ$
 $= 30,90 \text{ cm}^2$

Opp $ACEB = 13,47 + 30,90$
 $= 44,37 \text{ cm}^2$

7.2



7.2.1 Ons kan aanvanklik werk in $\triangle QTS$ want x en θ is daarin. Verder het jy daar genoeg inligting om 'n reël te kan gebruik. Alhoewel jy 4 stukke info het, gebruik cos reël want jy soek cos. In $\triangle QTS$

$6^2 = x^2 + 8^2 - 2(x)(8) \cos \theta$ (kry $\cos \theta$ alleen)

$36 = x^2 + 64 - 16x \cos \theta$

$16x \cos \theta = x^2 + 28$

$\frac{16x \cos \theta}{16x} = \frac{x^2 + 28}{16x}$

$\cos \theta = \frac{x^2 + 28}{16x}$

7.2.2 Om QT te bereken, beteken jy moet x bereken. So jy moet 'n vergelyking opstel met x as enigste onbekende. Om θ as onbekende te kan elimineer, sal jy nog 'n uitdrukking vir $\cos\theta$ moet kry in terme van x . Indien jy hierdie 2 waardes van $\cos\theta$ dan gelykstel, sal jy 'n vergelyking met x kry.

$$PR \parallel TS \text{ en } PR = TS = 8 \text{ m} \quad (\text{teenoorstaande sye van parm})$$

$$\hat{Q}_1 = \hat{T}_1 = \theta \quad (\text{verwisselende } \angle^e)$$

In $\triangle PQT$ het jy nou weer genoeg inligting om die cos reël te kan gebruik.

$$3^2 = x^2 + 4^2 - 2(x)(4) \cdot \cos\theta$$

$$9 = x^2 + 16 - 8x \cos\theta$$

$$8x \cos\theta = x^2 + 7$$

$$\frac{8x \cos\theta}{8x} = \frac{x^2 + 7}{8x}$$

$$\cos\theta = \frac{x^2 + 7}{8x} \text{ en } \cos\theta = \frac{x^2 + 28}{16x} \text{ uit 7.2.1}$$

$$\frac{x^2 + 7}{8x} = \frac{x^2 + 28}{16x}$$

$$16x(x^2 + 7) = 8x(x^2 + 28)$$

$$16x^3 + 112x = 8x^3 + 224x$$

$$8x^3 - 112x = 0 \quad \div 8$$

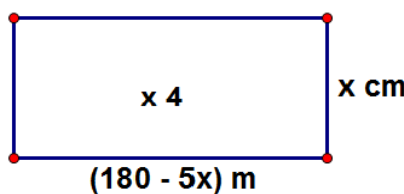
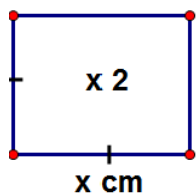
$$x^3 - 14x = 0$$

$$x(x^2 - 14) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x^2 = 14$$

$$\text{n.v.t} \quad x = \sqrt{14} = 3,74 \text{ m}$$

8.2



$$\text{Buite opp} = l \times l \times 2 + l \times b \times 4$$

$$A(x) = x \times x \times 2 + (180 - 5x) \times x \times 4$$

$$A(x) = 2x^2 + 720x - 20x^2$$

$$A(x) = -18x^2 + 720x \quad \text{Dis 'n kwadratiese uitdrukking.}$$

$$A(x) = -18(x^2 - 40x) \quad \text{Om maks waarde te kry, skryf dit in draaipunt vorm}$$

$$8.1.1 \quad V_{\text{silinder}} = \text{opp basis} \times h$$

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

$$300 = \pi \times R^2 \times h$$

$$\frac{300}{\pi \times R^2} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{\pi \times R^2}$$

$$\frac{300}{\pi R^2} = h$$

$$8.1.2 \quad V_{\text{albaster}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3$$

$$= 1,7671\dots$$

$$V_{100 \text{ albusters}} = 100 \times 1,7671\dots$$

$$= 176,71 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{water}} = V_{\text{silinder}} - V_{100 \text{ albusters}}$$

$$= 300 - 176,71$$

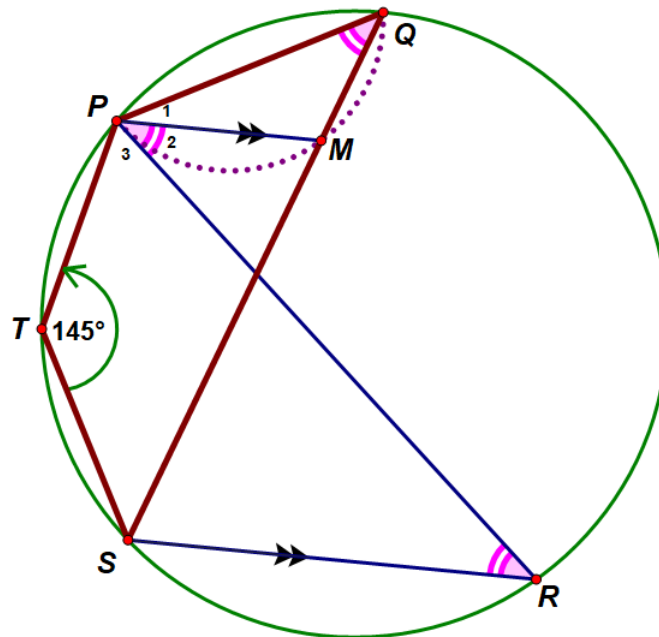
$$= 123,29 \text{ cm}^3$$

$$A(x) = -18(x^2 - 40x + 400 - 400) \quad \left(40 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 400$$

$$A(x) = -18(x^2 - 40x + 400) + 7200$$

$$A(x) = -18(x - 20)^2 + 7200, \text{ dus die maksimum waarde van } A \text{ is } 7200 \text{ m}^2$$

9.1



9.1.1 **Bewering:**

$$\hat{Q} + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{Q} = 35^\circ$$

9.1.2

$$\hat{R} = \hat{Q} = 35^\circ$$

9.1.3

$$\hat{P}_2 = \hat{R} = 35^\circ$$

9.2

$$\hat{P}_2 = \hat{Q} = 35^\circ$$

$\therefore PR$ is 'n raaklyn aan die sirkel

Rede:

teenoorstaande \angle^e van koordeviergoek $PTSQ$

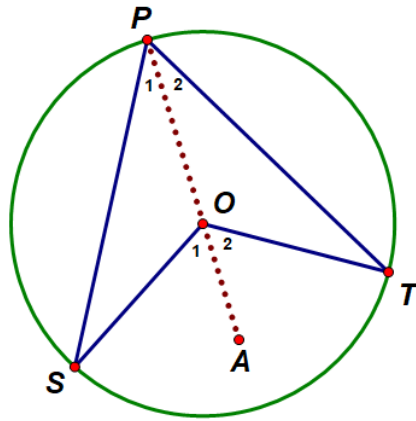
omtreks \angle^e in selfde \odot segment

verwisselende binne \angle^e ; $PM \parallel SR$

reeds bewys

omgekeerde van hoek tussen raaklyn/koord

10.1 Konstruksie: Verbind P met O en verleng na A



Bewering:

$$\hat{O}_1 = \hat{P}_1 + \hat{S}$$

$$\text{maar } \hat{P}_1 = \hat{S}$$

$$\therefore \hat{O}_1 = 2\hat{P}_1$$

Soortgelyk kan bewys word dat $\hat{O}_2 = 2\hat{P}_2$

$$\therefore \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 2\hat{P}_1 + 2\hat{P}_2$$

$$\hat{SOT} = 2(\hat{P}_1 + \hat{P}_2)$$

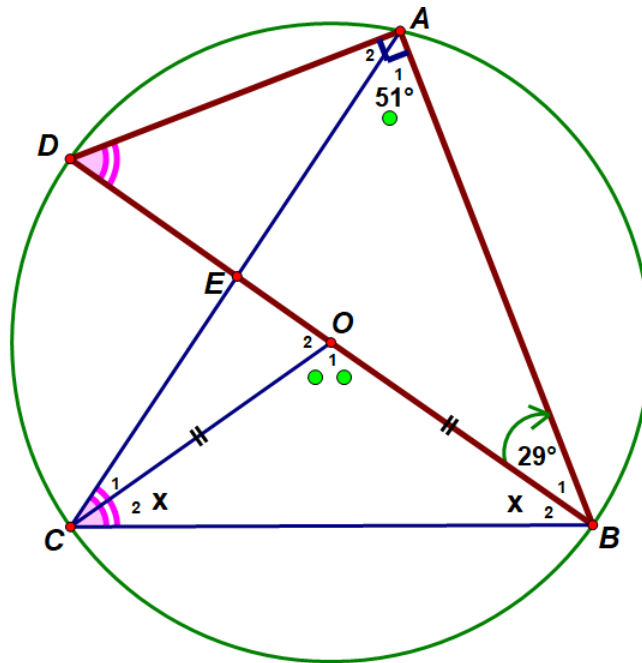
$$\hat{SOT} = 2 \times \hat{SPT}$$

10.2

Rede:

buite \angle van $\triangle OPS$

\angle^e teenoor gelyke radiusse



Bewering:

10.2.1

$$\hat{O}_1 = 2(51^\circ) = 102^\circ$$

Rede:

middelpunts $\angle = 2 \times$ omtreks \angle

10.2.2

$$\hat{A}_2 + 51^\circ = 90^\circ$$

\angle onderspan deur middellyn

$$\hat{A}_2 = 39^\circ$$

10.2.3

$$\hat{D} + 90^\circ + 29^\circ = 180^\circ$$

som van binne \angle^e van $\triangle ADB$

$$\hat{D} = 61^\circ$$

10.2.4

$$\hat{C}_2 + \hat{B}_2 + 102^\circ = 180^\circ$$

som van binne \angle^e van $\triangle COB$

maar $\hat{C}_2 = \hat{B}_2$

\angle^e teenoor gelyke radiusse

$$2\hat{C}_2 + 102^\circ = 180^\circ$$

$$2\hat{C}_2 = 78^\circ$$

$$\hat{C}_2 = 39^\circ$$

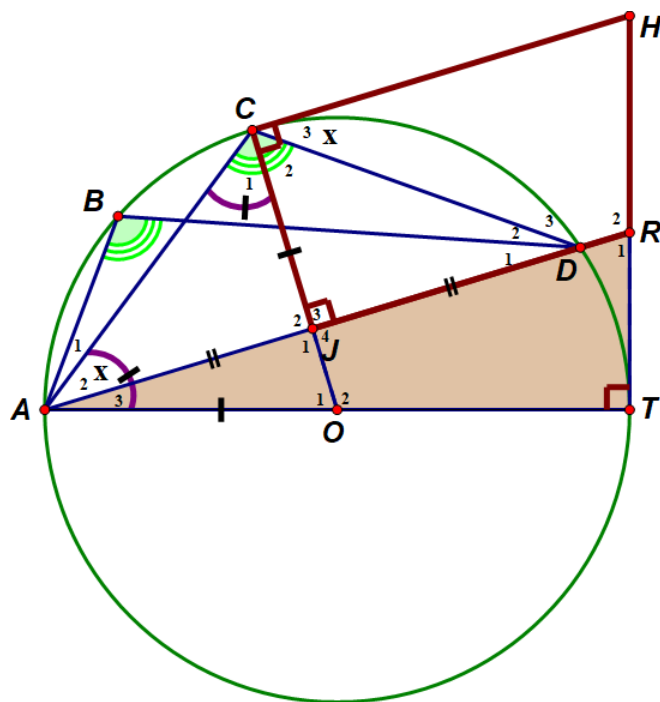
$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{D}$$

omtreks \angle^e in selfde \odot segment

$$\hat{A}\hat{C}O + 39^\circ = 61^\circ$$

$$\hat{A}\hat{C}O = 22^\circ$$

11.



11.1 **Bewering:**

$$\hat{A}_2 = \hat{C}_3 = x$$

Rede:

\angle tussen raaklyn en koord

11.2

$$O\hat{C}H = 90^\circ$$

$$\hat{J}_3 = 90^\circ$$

$$\therefore O\hat{C}H + \hat{J}_3 = 180^\circ$$

$$\therefore CH \parallel JR$$

$\therefore CHRZ$ is 'n trapesium

radius \perp raaklyn

lyn van middelpunt van \odot na middelpunt koord

ko-binne $\angle^e = 180^\circ$

1 paar teenoorstaande sye \parallel

11.3

$$\hat{C}_2 + x = 90^\circ$$

$$\hat{C}_2 = 90^\circ - x$$

$$\hat{C}_1 + \hat{A}_2 = \hat{J}_3$$

$$\hat{C}_1 + x = 90^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 90^\circ - x$$

$$\therefore \hat{C}_1 = \hat{C}_2$$

radius \perp raaklyn

buite \angle van $\triangle CAJ$

bewys

11.4

$$\hat{A}BD = \hat{C}_1 + \hat{C}_2$$

$$\hat{A}BD = 90^\circ - x + 90^\circ - x = 180^\circ - 2x$$

omtreks \angle^e in selfde \odot segment

reeds bewys

11.5

$$\hat{A}_2 + \hat{A}_3 = \hat{C}_1$$

$$x + \hat{A}_3 = 90^\circ - x$$

$$\hat{A}_3 = 90^\circ - 2x$$

$$\hat{A}TR = 90^\circ$$

$$\hat{R}_2 = \hat{A}_3 + \hat{A}TR$$

$$\hat{R}_2 = 90^\circ - 2x + 90^\circ = 180^\circ - 2x$$

\angle^e teenoor gelyke radiusse

reeds bewys

radius \perp raaklyn

buite \angle van $\triangle RAT$

reeds bewys

Meer oor “Wiskunde Anibrand Graad 11 Eksamen Vraestelboek met Memos” en die outeur.

Ek is reeds vir 28 jaar betrokke by Wiskunde-onderrig vir graad 8 tot graad 12 leerders. Die afgelope 10 jaar is ek verbonde aan Hoërskool Die Wilgers in Pretoria, waar ek ‘n Wiskunde Akademie bedryf met een groep in elke graad.

Met die aanvang van die nuwe KABV sillabus in 2007 het ek begin om my eie Wiskunde Vraestelboeke vir graad 8 tot graad 12 elektronies saam te stel met behulp van innoverende sagteware sodat dit alle vrae volledig verduidelik.

Die graad 11 Wiskunde Anibrand Junie- en November eksamen Vraestelboek bevat volledige hersiening vir die Junie eksamen en dek al die graad 11 werk wat voorgeskryf word vir die eerste 2 kwartale. Verder bevat dit 10 volledige vraestelle oor Vraestel 1 se werk en 10 volledige vraestelle oor Vraestel 2 se werk ter voorbereiding vir die November eksamen. Hierdie vraestelle dek al die graad 11 werk – soos wat dit in die November eksamen geëksamineer word. Vir elk van die 20 vraestelle is daar ‘n volledig uitgewerkte en verduidelikende memorandum. Die boek beslaan ongeveer 350 bladsye.

Hierdie vraestelle dek ook die vrae wat in departementele graad 11 Junie- en November vraestelle voorgekom het vanaf 2008 tot 2014. Dit is uiters volledig en bied uitstekende voorbereiding vir graad 11 leerders vir die Junie- en November eksamens.

Hierdie boek is die antwoord vir alle graad 11 leerders wat wil presteer in die Wiskunde Junie- en November eksamens.

www.wiskundeanibrand.com