

Wiskunde Anibrand

Teorieboek Graad 10



Annie Bothma

Table of Contents

Titelblad	2
Kopiereg bladsy	3
TEORIEOPSOMMINGS	4
Graad 10 Vraestel 1	4
Graad 10 Vraestel 2	6
VRAESTEL 1	8
1. Eksponente, wortels, produkte, faktorisering en breueke	8
2. Vergelykings en ongelykhede	15
3. Getalpatrone	21
4. Algebra grafieke	24
5. Transformasies in grafieke	36
6. Finansies	38
7. Waarskynlikheid	42
VRAESTEL 2	47
Bewyse wat vir Vraestel 2 geken moet word.	47
8. Statistiek	48
9. Analitiese Meetkunde	53
10. Trigonometrie	56
11. Oplos van driehoeke	61
12. Trig grafieke	63
13. Volume en Buite-oppervlakte	67
14. Meetkunde	70

Wiskunde Anibrand

Teorieboek Graad 10

Annie Bothma

Copyright © 2015 Annie Bothma

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage or retrieval system without permission from the copyright holder.

The Author has made every effort to trace and acknowledge sources/resources/individuals. In the event that any images/information have been incorrectly attributed or credited, the Author will be pleased to rectify these omissions at the earliest opportunity.

Graad 10 Teorieboek opgestel deur A Bothma

ISBN: 978-1-928327-12-7

Opsomming van teorie Gr 10: Vraestel 1

Getalpatrone (rye)

- Konstante 1ste verskil: T_n is lineêr - 'n rekenkundige ry. $T_n = a + (n - 1)d$
 a – waarde van T_1 ; d – konstante verskil; n – nommer van term

Eksponente en wortels

- Indien basis 'n getal is maak dit priem: $27 = 3^3$; $\frac{1}{16} = 2^{-4}$; $48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 3$

Wette: 1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ 2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ 3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ 4. $\left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^p = \frac{a^p \cdot b^p}{c^p}$ 5. $(a)^0 = 1$

- $\frac{27^{x+3} \cdot 6^{2x}}{18^{-x+4}}$ is 'n uitdrukking met slegs faktore – vat alle magte boontoe en verander die tekens van die eksponente van die magte wat boontoe gevat is.
- $\frac{3^{n+2} + 2 \cdot 3^{n-3}}{3^{n+1}}$ is 'n uitdrukking wat terme bevat – split die eksponente, haal 'n gemeenskaplike faktor uit en kanselleer
- Verwyder negatiewe eksponente uit antwoord
- $2(3^{2n})^{n+1} = 18$ - eksponensiële vergelyking. Kry 1 basis links, 1 basis regs, stel eksponente gelyk en los op vir n in die vgl

Vergelykings

- Verwyder hakies en breuke (verm elke teller met kgv van noemers)
- Tel gelyksootige terme weerskante op en identifiseer.
- Indien kwadratiese, kry standaardvorm $ax^2 + bx + c = 0$
- Los op vir x deur te faktoriseer.
- Indien vgl met breuke begin – toets antwoorde aan beperkings

Grafieke

NB onthou alle inligting moet op skets aangedui word – jy kry slegs punte vir jou skets

1. Parabool $y = ax^2 + q$

Skets: Kry x-afsnitte deur $y=0$ te maak, lees die DP af as $(0;q)$, y-asnit is selfde as DP, sim-as $x = 0$.

Bepaal formule: Begin met standaardvorm $y = ax^2 + q$

Vervang eers DP se y-waarde in q in – as jy die DP het. Kry dan vir a deur 'n ander punt in x en y in te vervang. As jy 2 punte het wat nie die DP is nie, vervang beide in en los 2 vgl's gelyktydig op.

2. Reguitlyn $y = mx + c$ m – helling c – y-afsnit

Skets: Kry x-afsnit deur $y=0$ te maak, kry y-afsnit deur $x=0$ te maak. Indien $c = 0$, kry 'n 2de punt deur 'n x-waarde te kies bv $x = 1$ en werk die y-waarde met die formule uit.

- *Bepaal formule:* Begin met standaardvorm $y - y_1 = m(x - x_1)$ en eindig met $y = mx + c$

Jy moet die helling en een punt op die lyn hê. As jy 'n lyn ewewydig aan of loodreg op die gevraagde lyn het, kan jy m bereken. Ewewydige lyne se hellings is dieselfde en loodregte lyne se hellings het 'n produk van -1 . Indien 2 punte op die lyn bekend is kan m bereken word met $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Vervang die helling

by m in die standaardvorm en die gegewe punt by x_1 en y_1 . Vereenvoudig tot $y = mx + c$

3. Hiperbool $y = \frac{a}{x} + q$

Skets:

Skryf die waardes van a en q uit jou formule neer. a – gee jou 2 kwadrante (1 en 3 vir pos en 2 en 4 vir neg a)

q – gee jou horisontale asimptoot $y = q$.

hierdie jaar is jou vertikale asimptoot altyd die Y-as met formule $x = 0$.

Skets eers jou asimptote in en dan die 2 kurwes in die regte kwadrante

Kry x-afsnit deur $y=0$ te maak, kry y-afsnit deur $x=0$ te maak (indien hulle bestaan). Dui aan op skets.

Indien ekstra punte op skets gevra word, kry met 'n tabel.

Sim asse: $y = x + q$ en $y = -x + q$

Bepaal formule: Begin met $y = \frac{a}{x} + q$ en vervang q uit horisontale asimptoot in. Kry a deur enige ander punt op hiperbool in te vervang.

4. Eksponensiale grafiek $y = a.b^x + q$

Skets:

Skryf die waardes van a, b en q uit jou formule neer. a – sê of die grafiek regop (pos) of omgekeerd (neg) is b – sê of asimptoot na links (heelgetal) of regs (breuk) lê

q – gee horisontale asimptoot: $y = q$

Bereken y-afsnit deur $x = 0$ te maak.

Bereken nog 'n punt deur x te kies (+1 of -1), dit in die formule in te vervang en y te bereken. Dui hierdie 2 punte op skets aan.

Skets jou kurwe deur 2 punte om 'n asimptoot met stippellyn te maak.

Bepaal formule: Begin met standaardvorm wat vir jou gegee word. Vervang eers vir q in as die horisontale asimptoot gegee is. Bereken dan die ander onbekendes in die gegewe standaardvorm deur punte op die grafiek in te vervang.

5. Lengtes van lyne

AB // X-as: $AB = x_{\text{regs}} - x_{\text{links}}$ CD // Y-as: $CD = y_{\text{bo}} - y_{\text{onder}}$ EF nie // een van die asse: EF

$$EF = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

6. Snyppunte Kry die snyppunte van 2 grafieke deur hulle vgl's gelyktydig op te los – stel die twee formules se y-waardes gelyk.

Finansies

A – eindbedrag

P – beginbedrag

i - $\frac{\text{rentekoers}}{100}$

n – aantal beleggingsperiodes

$$A = P(1 + i.n)$$

Enkelvoudige rente en Huurkoop

$$A = P(1 + i)^n$$

Saamgestelde rente en Inflasie

Wisselkoers lewer altyd 'n direkte eweredigheid. Stel 'n tabel op en skep dan 'n vergelyking deur die 2 verhoudings aan mekaar gelyk te stel.

Waarskynlikheid

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

en

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) \text{ onderling uitsluitend}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B) \text{ onderling NIE uitsluitend}$$

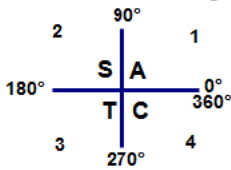
Opsomming van teorie Gr 10: Vraestel 2

Analitiese Meetkunde

- **Lengte** van lyn AB of afstand tussen punte A en B: $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$
- **Middelpunt M** van lynstuk AB: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$ en $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$
- **Helling/gradiënt** van lyn AB: $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$; Indien lyn AB // CD is, $m_{AB} = m_{CD}$ Indien lyn $AB \perp CD$ is $m_{AB} \times m_{CD} = -1$
- Indien punte A, B en C koliniër (**saamlynig**) is, maak lynstukke AB en BC en dan is $m_{AB} = m_{BC}$
- **Vergelyking** van reguitlyn AB: Begin met standaardvorm $y - y_1 = m(x - x_1)$ en eindig met $y = mx + c$

Trigonometrie

- **Definisies** van 3 trig verhoudings in 'n assestelsel: $\sin \theta = \frac{y}{r}$, $\cos \theta = \frac{x}{r}$ en $\tan \theta = \frac{y}{x}$
- **Definisies** van 3 trig verhoudings in 'n reghoekige driehoek: $\sin \theta = \frac{t}{s}$, $\cos \theta = \frac{a}{s}$ en $\tan \theta = \frac{t}{a}$
- **Omgekeerdes**: $\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$, $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ en $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$
- Gebruik die CAST diagram om te sien in watter kwadrante 'n funksie se waarde pos en in watter kwadrante dit neg is.



- Wanneer jy hoeke of funksiewaardes met die **sakrekenaar** bereken, maak seker die sakrekenaar is op **degrees**.
- Wanneer jy 'n **hoek** met jou calculator bereken onthou om **shift** en dan sin/cos/tan en dan getal in te sit.
- Spesiale/standaardhoeke is 0° ; 90° asook 30° ; 45° en 60° . Werk die trig verhoudings hiervan elkeen apart uit met jou calculator.

Trig grafieke

$$y = a \sin x + q$$

$$y = a \cos x + q$$

$$y = a \tan x + q$$

Skets:

Skryf basisgrafiek neer. Skryf dan neer watter transformasie op y-basis uitgevoer moet word om y-nuwe te kry. Stel tabel vir basisgrafiek met calc op en kry die nuwe y-waardes met transformasie. Plot die punte met x-basis en y-nuwe.

Bepaal vergelyking:

Begin met gegewe standaardvorm. Kry q uit ewewigslyn. Kry a deur maks verplasing vanaf ewewigslyn en deur te kyk of grafiek regop of omgekeerd is vir sin en cos. Vir tan kry jy a deur 'n punt op die grafiek in die vergelyking in te vervang.

Transformasies

- **Translasies:** 2 regs – tel +2 by x; 3 links – tel -3 by x; 5 op – tel +5 by y; 4 af – tel -4 by y.
Algemene reël vir transleer 2 regs en 3 af: $(x; y) \rightarrow (x+2; y-3)$
- **Refleksies:** **Spieëlbeeld** in 'n sekere lyn.
 1. In die x-as: y se teken verander Algemene reël $(x; y) \rightarrow (x; -y)$
 2. In die y-as: x se teken verander Algemene reël $(x; y) \rightarrow (-x; y)$
 3. In die lyn $y = x$: x en y ruil om Algemene reël $(x; y) \rightarrow (y; x)$
 4. In die lyn $y = -x$: x en y ruil om en beide tekens verander

Statistiek

- **Maatstawwe van sentrale tendens:**
 1. **Gemiddeld van ongegroepeerde data** = som van alle datapunte / aantal datapunte
 2. **Gemiddeld van gegroepeerde data** = $\frac{\sum(f \times \text{klasmiddelpunt})}{\sum f}$
 3. **Modus** = datapunt wat die meeste voorkom
 4. **Mediaan se nr** = $\frac{1}{2}(n+1)$ met n die aantal datapunte
 5. **Mediaan se waarde** Q_2 = middelste datapunt in datastel wat stygend rangsk k is
 6. **Modale klas** = klasinterval met grootste frekwensie in gegroepeerde data.
- **Maatstawwe van verspreiding:**
 1. **Omvang** = grootste datapunt – kleinste datapunt
 2. **Onderste kwartiel** Q_1 se nommer = $\frac{1}{4}(n+1)$
 3. **Boonste kwartiel** Q_3 se nommer = $\frac{3}{4}(n+1)$
 4. **Interkwartiele omvang** = $Q_3 - Q_1$
 5. **Vygetalopsomming** (min; Q1; Q2; Q3; maks)

Volume en buite oppervlakte van prisma's

- **Omtrek sirkel** = $2 \pi r$ **Oppervlakte sirkel** = πr^2 **Oppervlakte driehoek** = $\frac{1}{2} \times b \times h$

Prismas

B-oppvl = som van alle oppvlakke

Volume = oppvl basis . hoogte

Piramiedes

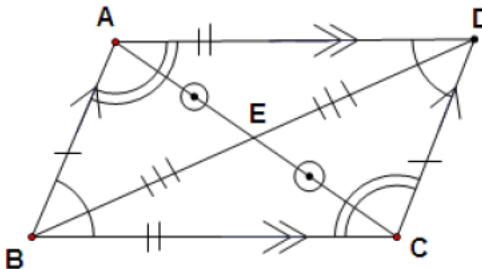
B-oppvl = som van alle oppvlakke

Volume = $\frac{1}{3}$ oppvl basis . hoogte**Keël**

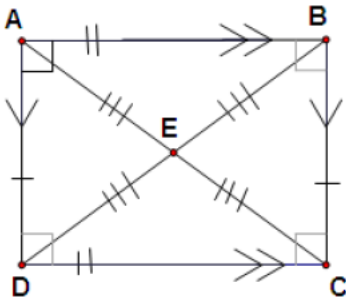
B-oppvl = som van alle oppvlakke

Volume = $\frac{1}{3}$ oppvl basis . hoogte**Sfeer**B-oppvl = $4\pi r^2$ Volume = $\frac{4}{3}\pi r^3$ **NB: LEER ALLE MEETKUNDE TEORIE ASOOK DIE BEWYSE VAN DIE 4 STELLINGS**

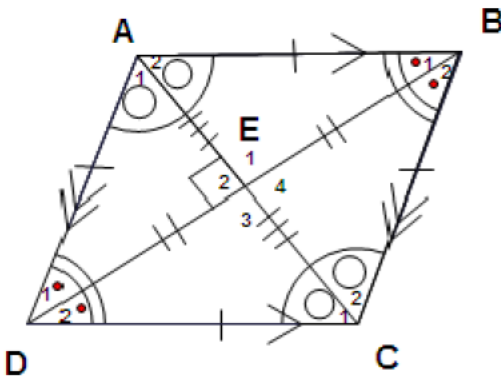
Eienskappe en oppervlakte van reëlmatige vierhoeke

• **Parallelogram****Definisie:****Vierhoek met 2 paar oorstaande sye ewewydig** $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$ **Eienskappe:**

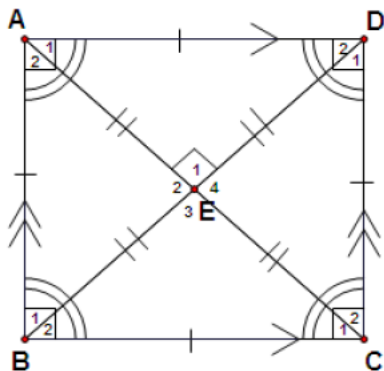
1. 2 paar oorstaande sye gelyk. $AD = BC$ en $AB = DC$
2. 2 paar oorstaande hoeke gelyk $\hat{A} = \hat{C}$ en $\hat{B} = \hat{D}$
3. Hoeklyne halveer mekaar $AE = EC$ en $BE = DE$

Oppervlakte = $b \times \perp h$ • **Reghoek****Definisie:****Parallelogram met een regte hoek** $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$ en $\hat{A} = 90^\circ$ $\hat{A} = 90^\circ$ **Eienskappe:**

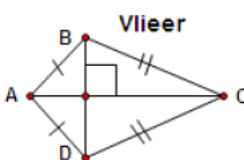
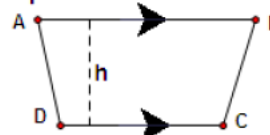
1. 2 paar oorstaande sye ewewydig $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$
2. 2 paar oorstaande sye gelyk. $AD = BC$ en $AB = DC$
3. Alle hoeke is 90° $\hat{A} = \hat{C} = \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$
4. Hoeklyne is ewe lank $AC = BD$
5. Hoeklyne halveer mekaar $AE = EC$ en $BE = DE$

Oppervlakte = $l \times b$ • **Ruit of rombus****Definisie:****Parallelogram met een paar aangrensende sye gelyk** $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$ en $AB = BC$ **Eienskappe:**

1. 2 paar oorstaande sye ewewydig $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$
2. Al 4 sye gelyk. $AD = BC = AB = DC$
3. 2 paar oorstaande hoeke gelyk $\hat{A} = \hat{C}$ en $\hat{B} = \hat{D}$
4. Hoeklyne halveer mekaar $AE = EC$ en $BE = DE$
5. Hoeklyne halveer hoeke van ruit.

6. Hoeklyne is loodreg op mekaar $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = \hat{E}_3 = \hat{E}_4 = 90^\circ$ **Oppervlakte** = $b \times \perp h$ OF**Oppervlakte** = $\frac{1}{2}$ lengte van hoeklyn 1 \times lengte van hoeklyn 2 = $\frac{1}{2} AC \times BD$ • **Vierkant****Definisie:****Parallelogram met een paar aangrensende sye gelyk en met 1 regte hoek** $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$ en $AB = BC$ en $\hat{A} = 90^\circ$ **Eienskappe:**

1. 2 paar oorstaande sye ewewydig $AD \parallel BC$ en $AB \parallel DC$
2. Al 4 sye gelyk. $AD = BC = AB = DC$
3. Alle hoeke is 90° $\hat{A} = \hat{C} = \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$
4. Hoeklyne is ewe lank $AC = BD$
5. Hoeklyne halveer mekaar $AE = EC$ en $BE = DE$
6. Hoeklyne halveer hoeke van ruit.

7. Hoeklyne is loodreg op mekaar $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = \hat{E}_3 = \hat{E}_4 = 90^\circ$ **Oppervlakte** = $l \times l$ **Vlieër****Def:** 2 paar aangrensende sye =**Opp** = $\frac{1}{2} AC \times BD$ **Trapesium****Def:** 1 paar oorstaande sye ewewydig**Opp** = $\frac{1}{2} (AB + DC) h$

Vraestel 1

Hoofstuk 1:

Eksponente en wortels, Produkte, Faktorisering en Breuke

1. EKSPONENTE

Basisse altyd priem

$$27 = 3^3 \quad \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4} \quad 48 = 6 \times 8 = 2 \times 3 \times 2^3 = 2^4 \cdot 3$$

Indien dit 'n groot getal is, gebruik jou sakrekenaar:

- ◆ sleutel getal in
- ◆ druk =
- ◆ druk shift
- ◆ druk Fact.

Eksponent wette:

$$1. a^p \cdot a^q = a^{p+q} \quad 2. \frac{a^p}{a^q} = a^p \cdot a^{-q} = a^{p-q} \quad 3. (a^p)^q = a^{p \cdot q} \quad 4. \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^p = \frac{a^p \cdot b^p}{c^p}$$
$$5. (a)^0 = 1$$

Vereenvoudiging van uitdrukkings met magte

- ◆ Uitdrukkings met slegs faktore.

Voorbeeld:

$$\text{Vereenvoudig: } \frac{9^{2n-1} \cdot 27^{3-2n}}{81^{2-n}}$$

$$= \frac{(3^2)^{n-1} \cdot (3^3)^{3-2n}}{(3^4)^{2-n}} \quad \text{Maak basisse priem}$$

$$= \frac{3^{2n-2} \cdot 3^{9-6n}}{3^{8-4n}} \quad \text{Verwyder hakies}$$

$$= 3^{2n-2} \cdot 3^{9-6n} \cdot 3^{-8+4n} \quad \text{Wat alle magte boontoe en verander tekens van daardie eksponente}$$

$$= 3^{2n-2+9-6n-8+4n} \quad \text{vereenvoudig deur wet toe te pas}$$

$$= 3^{-1}$$

$$= \frac{1}{3} \quad \text{maak negatiewe eksponent positief deur 'n breuk te skryf.}$$

- ◆ Uitdrukking wat ook terme bevat.

Voorbeeld:

Vereenvoudig: $\frac{6 \cdot 2^{2n-3} - 2^{2n+4}}{2 \cdot 2^{2n+2}}$

$= \frac{6 \cdot 2^{2n} \cdot 2^{-3} - 2^{2n} \cdot 2^4}{2 \cdot 2^{2n} \cdot 2^2}$ Split die eksponente

$= \frac{2^{2n}(6 \cdot 2^{-3} - 2^4)}{2 \cdot 2^{2n} \cdot 2^2}$ Faktoriseer deur die mag as gemeenskaplike faktor uit te haal.

$= \frac{(6 \cdot 2^{-3} - 2^4)}{2 \cdot 2^2}$ kanselleer

$= \frac{\left(\frac{6}{2^3} - 2^4\right)}{2 \cdot 2^2}$ maak negatiewe eksponente positief deur 'n breuk te vorm

$= -\frac{61}{32}$ vereenvoudig met sakrekenaar.

Oplos van vergelykings met magte

◆ Eksponensiële vergelykings met net 2 terme

Voorbeeld:

Los op: $2(3^3)^{n+1} = 18$

$(3^3)^{n+1} = 9$ Kry een mag links en een mag regs kry en sorg dat basisse gelyk is

$3^{3n+3} = 3^2$ Verwyder hakies tussen eksponente deur te \times en maak priem

$3n + 3 = 2$ Stel eksponente gelyk

$3n = -1$ Los op vir n in gewone liniere vergelyking

$n = -\frac{1}{3}$

◆ Eksponensiële vergelykings met meer as 2 terme - gemeenskaplike faktor soort

Voorbeeld:

Los op: $3^{x+1} + 11 \cdot 3^x - 42 = 0$ faktoriseer

$3^x \cdot 3^1 + 11 \cdot 3^x = 42$ Kry terme met x links en konstante regs. Split eksponente op.

$3^x(3^1 + 11) = 42$ 3^x is gemeenskaplik, haal 3^x as gemeenskaplike mag uit.

$3^x(3 + 11) = 42$ Verwyder negatiewe eksponente deur dit as 'n breuk te skryf.

$3^x(14) = 42$ Vereenvoudig in hakie

$\frac{3^x(14)}{14} = \frac{42}{14}$ \div met hakie aan beide kante

$3^x = 3$ Vereenvoudig

$3^x = 3^1$ priem

$x = 1$ stel eksponente gelyk

◆ Vergelykings met onbekende in basis en 'n breuk eksponent

Voorbeeld:

Los op: $x^{\frac{3}{2}} = \frac{27}{8}$

$\sqrt{x^3} = \frac{3^3}{2^3}$ Skryf terug na die wortelvorm en skryf konstante as priem.

$(\sqrt{x^3})^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^2$ Verwyder $\sqrt{\quad}$ deur beide kante te kwadrear

$$x^3 = \frac{3^6}{2^6}$$

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{\frac{3^6}{2^6}}$$

Verwyder derdemag deur $\sqrt[3]{\quad}$ te trek aan beide kante

$$x = \frac{3^2}{2^2}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

2. WORTELS

Wortel wette

$$1.1 \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow \sqrt[n]{ab}$$

$$\text{bv } \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{6}$$

$$1.2 \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \Leftrightarrow \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\text{bv } \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{\frac{2}{7}}$$

$$1.3 \quad \sqrt[n]{a^n} \Leftrightarrow a^{\frac{n}{n}}$$

$$\text{bv } \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

Vereenvoudiging van uitdrukings met wortels

Voorbeelde:

1. Vereenvoudig $\sqrt{18}$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \text{skryf as produk van vierkant en priem}$$

Toets antwoord met die sakrekenaar. Daar mag geen desimale in jou antwoord wees nie.

2. Vereenvoudig: $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$$5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \quad \text{tel gelyksoortige terme bymekaar}$$

3. Vereenvoudig: $\sqrt{125} \times 2\sqrt{27}$

$$\sqrt{125} \times 2\sqrt{45}$$

$$= 5\sqrt{5} \times 2 \times 3\sqrt{5} \quad \text{vereenvoudig eers elke wortel afsonderlik}$$

$$= 5 \times 2 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \quad \text{vermenigvuldig getalle en vermenigvuldig wortels}$$

$$= 30 \times 5$$

$$= 150$$

4. Vereenvoudig: $\sqrt{(5^4 k^2 m^{-6})}$

$$\sqrt{(5^4 k^2 m^{-6})}$$

$$= 5^{\frac{4}{2}} \cdot k^{\frac{2}{2}} \cdot m^{-\frac{6}{2}} \quad \text{werk die wortel uit deur wet 3 } \sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} \text{ te gebruik}$$

$$= 5^2 \cdot k \cdot m^{-3}$$

$$= \frac{25k}{m^3} \quad \text{maak neg eksponente positief}$$

3. VEREENVOUDIG PRODUKTE

Bewerkings orde

NB: Wanneer die opdrag is om te vereenvoudig, volg die bewerkingsorde:

- ◆ Vereenvoudig binne in die hakies indien moontlik.
- ◆ Verwyder alle magte en of wortels indien daar is.
- ◆ Doen alle vermenigvuldiging en deling.
- ◆ Doen laastens optelling van gelyksoortige terme
- ◆ Indien die uitdrukking meer as 1 term bevat, pas die bewerkingsorde toe op elke term.
- ◆ Wanneer daar meer as een stel hakies is, werk 'n mens van binne af buitentoe.

Verskillende soorte produkte

Voorbeelde:

1. Vereenvoudig $(5a - 3b)(4a - 7b)$

$$\begin{aligned}(5a - 3b)(4a - 7b) & \quad 2 \text{ hakies met } 2 \text{ terme in elk,} \\ &= 20a^2 - 35ab - 12ab + 21b^2 \quad \text{volle EBBA} \\ &= 20a^2 - 47ab + 21b^2 \quad \text{tel op}\end{aligned}$$

2. Vereenvoudig $(7x - 4)(7x + 4)$

$$\begin{aligned}(7x - 4)(7x + 4) & \quad 2 \text{ identiese hakies, een het 'n } + \text{ en die ander 'n } - \text{ tussen } 2 \\ & \text{ terme} \\ &= 49x^2 - 16 \quad \text{kort EBBA (net eerstes en agterstes)}\end{aligned}$$

3. Vereenvoudig $(a - 2b)^2$

$$\begin{aligned}(a - 2b)^2 & \quad \text{hakies met } 2 \text{ terme se kwadraat - antwoord het altyd } 3 \text{ terme} \\ &= a^2 - 4ab + 4b^2 \quad T_1 = (a)(a) = a^2; T_2 = (a)(-2b)(2) = -4ab; \\ & \quad T_3 = (-2b)(-2b) = +4b^2\end{aligned}$$

4. Vereenvoudig $(x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$$\begin{aligned}(x - 1)(x^2 - 3x + 2) & \quad 2 \text{ hakies - een het meer as } 2 \text{ terme} \\ &= x(x^2 - 3x + 2) - 1(x^2 - 3x + 2) \quad \text{vermenigvuldig elke term in kort hakie} \\ &= x^3 - 3x^2 + 2x - x^2 + 3x - 2 \quad \text{met elke term in lang hakie} \\ &= x^3 - 4x^2 + 5x - 2\end{aligned}$$

4. FAKTORISERING

Metode:

1. Probeer **altyd** eers al die gemeenskaplike faktore uithaal - kyk na los getalle, los letters en hakies
2. Indien daar nie is nie, of nadat jy dit uitgehaal het, kyk na die **hoeveelheid terme**
 - ◆ Indien jy **2 terme** het, kyk vir die **verskil tussen 2 vierkante of die som/verskil**

tussen 2 derdemagte.

- ◆ Indien jy 3 terme het, kyk vir 'n kwadratiese 3 term.
- ◆ Indien jy 4 of meer terme het, moet jy groepeer.

3. Maak altyd seker dat jou antwoord sover as moontlik gefaktoriseerd is - dus dat geen faktor nog verder kan faktoriseer nie.

4. Indien jy 'n uitdrukking moet faktoriseer wat breuke bevat, kry eers die KGV van die noemers en tel die breuke bymekaar om 1 enkele breuk te vorm. Die noemer is reeds gefaktoriseerd, so faktoriseer dan die teller.

Verskillende metodes van faktorisering

Voorbeelde:

- Faktoriseer: $2x^2(x - y) - 4xy(x - y)$
 $2x^2(x - y) - 4xy(x - y)$ haal eers alle gemeenskaplike faktore uit
 $= 2x(x - y)(x - 2y)$
- Faktoriseer: $4d^2b^2 - 9$
 $4d^2b^2 - 9$ 2 terme - verskil tussen 2 vierkante
 $= (2db - 3)(2db + 3)$
- Faktoriseer: $8x^3 - 125$
 $8x^3 - 125$ 2 terme - verskil tussen 2 derdemagte
 $= (2x - 5)(10x + 4x^2 + 25)$
- Faktoriseer: $x^2 + x - 12$
 $x^2 + x - 12$ 3 terme - maklike kwadratiese 3 term
 $= (x + 4)(x - 3)$
- Faktoriseer: $15x^2 - 23x + 6$
 $15x^2 - 23x + 6$ 3 terme - moeilike kwadratiese 3 term
 $= (3x - 1)(5x - 6)$
- Faktoriseer: $4c^2 - c + 8bc - 2b$
 $4c^2 - c + 8bc - 2b$ 4 terme - groepeer
 $= (4c^2 - c) + (8bc - 2b)$
 $= c(4c - 1) + 2b(4c - 1)$ hier moet jy weer 'n gemeenskaplike hakie

$$= (4c - 1)(c + 2b) \quad \text{kan uithaal}$$

5. VEREENVOUDIG BREUKE

Metode:

1. Faktoriseer alle tellers en alle noemers.
2. Verander \div met 'n breuk na \times van breuk se resiprook (omgekeerde)
3. Waar jy SLEGS FAKTORE het, kanselleer uit.
4. Indien jy breuke moet optel, maak alle noemers dieselfde as die KGV van die noemers.
5. Maak seker antwoorde kan nie verder faktoriseer om te kanselleer nie.

Vermenigvuldiging, deling en optelling van breuke

Voorbeelde:

1. Vereenvoudig: $\frac{x^2-16}{2x-8} \times \frac{4}{x+4}$

$$\frac{x^2-16}{2x-8} \times \frac{4}{x+4}$$

$$\frac{(x-4)(x+4)}{2(x-4)} \times \frac{4}{(x+4)} \quad \text{faktoriseer alles}$$

$$= 2 \quad \text{kanselleer}$$

2. Vereenvoudig: $\frac{a^2-ab}{b^2+ab} \div \frac{b^2-ab}{a^2+ab}$

$$\frac{a^2-ab}{ab+b^2} \div \frac{ab-b^2}{a^2+ab}$$

$$= \frac{a^2-ab}{ab+b^2} \times \frac{a^2+ab}{ab-b^2} \quad \text{verander } \div \text{ na } \times \text{ van resiprook}$$

$$= \frac{a(a-b)}{b(a+b)} \times \frac{a(a+b)}{b(a-b)} \quad \text{faktoriseer alles}$$

$$= \frac{a^2}{b^2} \quad \text{kanselleer}$$

3. Vereenvoudig: $\frac{a+1}{a^2-9} - \frac{1}{a-3}$

$$\frac{a+1}{a^2-9} - \frac{1}{a-3} \quad \text{faktoriseer alles}$$

$$= \frac{(a+1)}{(a-3)(a+3)} - \frac{1}{(a-3)} \quad \text{Kry KGV van noemers} = 3(a-3)(a+3)$$

$$= \frac{(a+1)}{(a-3)(a+3)} - \frac{1(a+3)}{(a-3)(a+3)} \quad \text{maak alle noemers dieselfde as die KGV}$$

$$= \frac{(a+1)-1(a+3)}{(a-3)(a+3)} \quad \text{skryf as enkele breuk}$$

$$= \frac{a+1-a-3}{(a-3)(a+3)} \quad \text{vereenvoudig teller}$$

$$= \frac{-2}{(a-3)(a+3)}$$

6. SOORTE GETALLE

onderskei tussen rasionale en irrasionale getalle

$\mathbb{Q} = \{\text{rasionale getalle}\} = \{x/x = \frac{a}{b}; a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ - kan as gewone breuke geskryf word

Voorbeelde:

$$\frac{3}{4}; -2\frac{7}{8}; 3,48; 0; 5; -1; 3,2\dot{5}$$

$\mathbb{Q}' = \{\text{irrasionale getalle}\}$ - hulle kan NIE as gewone breuke geskryf word nie

Voorbeelde:

$$-5,28734\dots; \pi = 3,14159265\dots; \sqrt{5} = 2,23606798\dots; \sqrt[3]{12} = 2,28942849\dots$$

Skryf repeterende breuke as rasionale getalle - breuke

Voorbeeld:

Bewys $0,1\dot{8}$ is 'n rasionale getal

$$\text{Stel } x = 0,1\dot{8}$$

$$x = 0,181818\dots (1)$$

$$100x = 18,181818\dots \quad (1) \times 100$$

$$\underline{x = 0,181818\dots} \quad \text{trek af met die doel om die}$$

$$99x = 18 \quad \text{oneindige desimaal te verwyder}$$

$$\frac{99x}{99} = \frac{18}{99}$$

$$x = \frac{18}{99} = \frac{2}{11} \quad \text{maak seker die antwoord is in eenvoudigste vorm}$$

onderskei tussen reële en nie-reële getalle

$$\text{nie-}\mathbb{R} = \{\text{nie-reële getalle}\}$$

Voorbeelde:

$$\sqrt{-5}; \sqrt[4]{-6}; \sqrt[6]{-18} \quad (\text{ewemagswortels van negatiewe getalle})$$

$$\mathbb{R} = \{\text{reële getalle}\} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

Voorbeelde:

ALLE getalle wat NIE ewemagswortels van negatiewe getalle is NIE

Meer oor “Wiskunde Anibrand Graad 10 Teorieboek” en die outeur.

Ek is reeds vir 28 jaar betrokke by Wiskunde-onderrig vir graad 8 tot graad 12 leerders. Die afgelope 10 jaar is ek verbonde aan Hoërskool Die Wilgers in Pretoria, waar ek ‘n Wiskunde Akademie bedryf met een groep in elke graad.

Die Wiskunde Anibrand Graad 10 Teorieboek is opgestel om vir graad 10 leerders ‘n enkele boek te bied waarin al die teorie wat hulle vir die graad 10 eksamens moet ken, opgesom is. Dit behandel elke afdeling wat in die eksamen vraestelle geëksamineer word, afsonderlik en volledig.

Indien leerders hierdie boek gebruik, hoef hulle geen verdere opsommings te maak nie en kan hulle hulle tyd eerder gebruik in aktiewe voorbereiding vir die eksamens.

Hierdie boek is die antwoord vir alle graad 10 leerders wat wil presteer in hulle graad 10 Wiskunde eksamens .

www.wiskundeanibrand.com